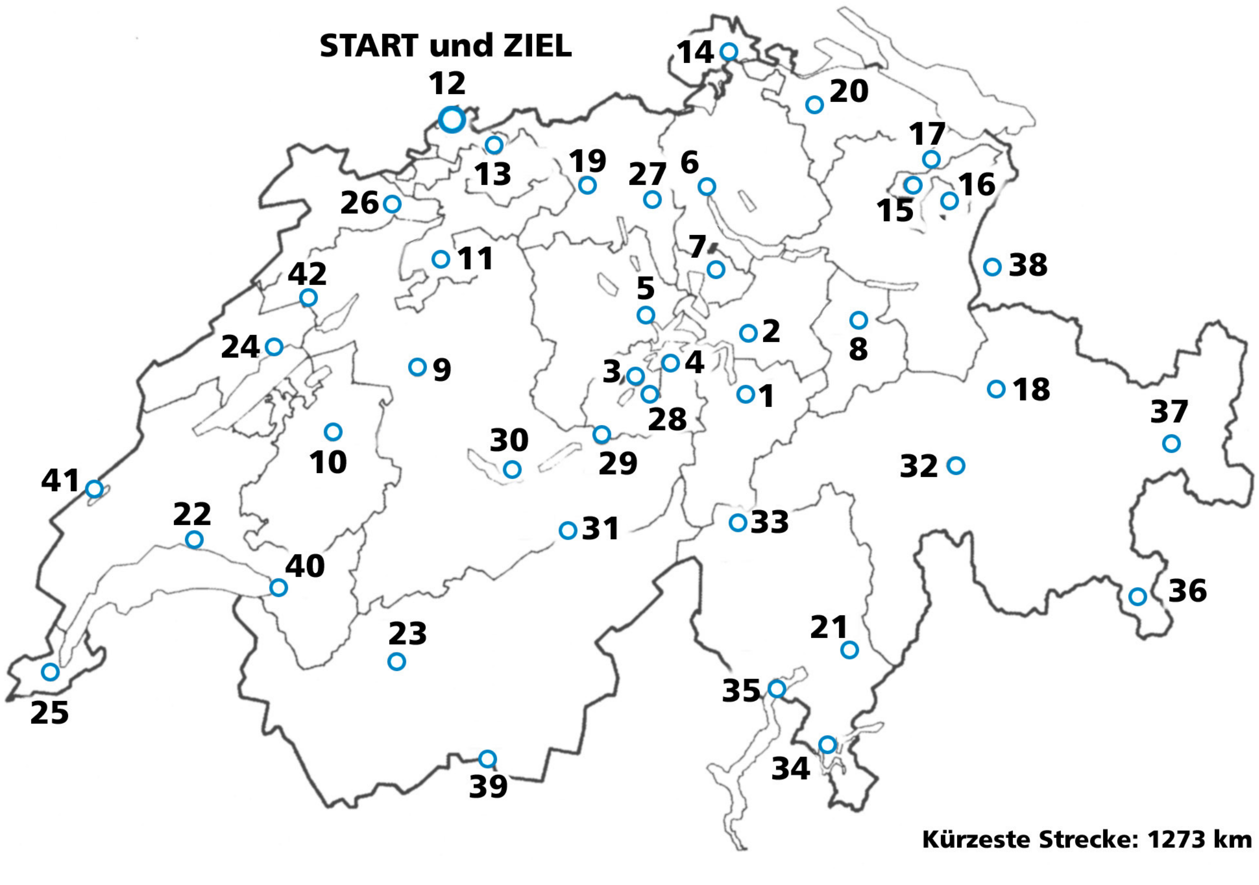
Schweizer Städtefahrt

Diese Aufgabe ist in der Mathematik als “Problem des Handelsreisenden” bekannt. Heute ist die optimale Lösung solcher Probleme für Speditionen und Fuhrunternehmen (oder auch den kleinen Pizza-service) wirtschaftlich höchst bedeutsam.

Was tun und beachten:

- *Fahren Sie durch Anklicken der Städte einmal durch die ganze Schweiz, besuchen Sie dabei jede Stadt nur einmal - und dies auf einem möglichst kurzen Weg!*
- *Finden Sie die kürzeste Rundreise!*



Wer mehr wissen möchte:

lesen Sie den Zusatztext

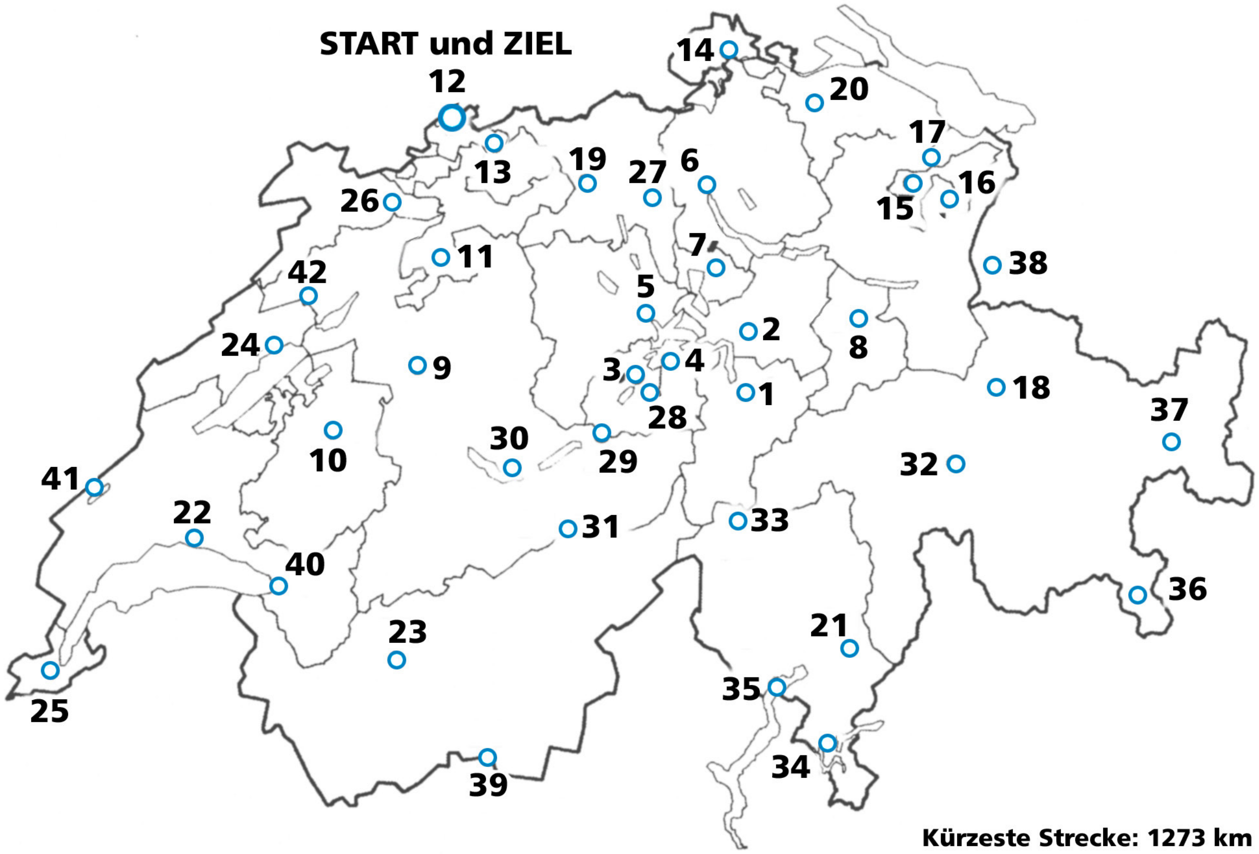
Idee und Konzept: Technorama
“Schweizer Städtefahrt_d.indd”; Nr. 10382

Schweizer Städtefahrt

Diese Aufgabe ist in der Mathematik als “Problem des Handelsreisenden” bekannt. Heute ist die optimale Lösung solcher Probleme für Speditionen und Fuhrunternehmen (oder auch den kleinen Pizzaservice) wirtschaftlich höchst bedeutsam.

Was tun und beachten:

- *Fahren Sie durch Anklicken der Städte einmal durch die ganze Schweiz, besuchen Sie dabei jede Stadt nur einmal - und dies auf einem möglichst kurzen Weg!*
- *Finden Sie die kürzeste Rundreise!*



Wer mehr wissen möchte:

Idee und Konzept: Technorama
“Schweizer Städtefahrt_d.indd”; Nr. 10382

Schweizer Städtefahrt

Wer mehr wissen möchte

Das Problem des Handlungsreisenden (auch Rundreiseproblem, engl. Traveling Salesman Problem, kurz TSP) ist eines der bekanntesten und am besten untersuchten Optimierungsprobleme. Erstmalig als mathematisches Problem wurde die Aufgabe im Jahre 1930 durch Karl Menger gestellt: „Wir bezeichnen als Botenproblem (weil diese Frage in der Praxis von jedem Postboten, übrigens auch von vielen Reisenden zu lösen ist) die Aufgabe, für endlich viele Punkte, deren paarweise Abstände bekannt sind, den kürzesten die Punkte verbindenden Weg zu finden.“

Die Bestimmung guter Lösungen ist vergleichsweise leicht, das Finden einer beweisbar optimalen Lösung aber ein echtes mathematisches Problem.

Das Problem des Handlungsreisenden tritt in verschiedenen Formen in vielen praktischen Anwendungen auf, beispielsweise in der Tourenplanung (auch durch unsere modernen Navigationsgeräte), in der Logistik oder im Design von Mikrochips. Dabei sind die Begriffe „Stadt“ und „Entfernung“ nicht wörtlich zu nehmen, vielmehr repräsentieren die Städte beispielsweise zu besuchende Kunden, Bohrlöcher oder auch DNA-Teilstränge, während Entfernung für Reisezeit, Kosten oder den Grad der Übereinstimmung zweier DNA-Stränge steht.

Es ist offensichtlich, dass die Berechnung nicht einfach ist. Es ist sogar noch viel schlimmer: Das Problem gehört zu den in der Informatik sogenannten NP-vollständigen Problemen, für die es keinen effizienten Algorithmus (Rechenvorschrift) gibt (ist allerdings bis heute nicht bewiesen). Natürlich kann man alle möglichen Routen berechnen, die Ergebnisse vergleichen und so die optimale Route auswählen. Diese “Holzhammer-Methode”, die auch brute-force oder naive Methode genannt wird, ist der einfachste Algorithmus zur exakten Lösung.

Das Problem ist allerdings, dass es sich um ein kombinatorische Berechnung handelt, bei dem die Rechenzeit exponentiell ansteigt. Bei drei Städten gibt es nur eine Lösung (die zweite wäre die Rückreise, die wir nicht beachten), bei fünf Städten schon zwölf, bei zwölf Städten dann fast 20 Millionen und bei 42 Städten wären es über $16*10^{48}$ (Oktillionen - eine 1 gefolgt von 48 Nullen!). Dass kein noch so gutes «Navi» das schafft, ist klar. In der Praxis wendet man Näherungslösungen an, das sind Lösungen die nicht unbedingt die optimale, aber zumindest recht gute Lösungen finden. Solche Verfahren werden auch «heuristische Verfahren» genannt und erlauben die Berechnung in annehmbar kurzer Zeit.

Was tun und beachten:

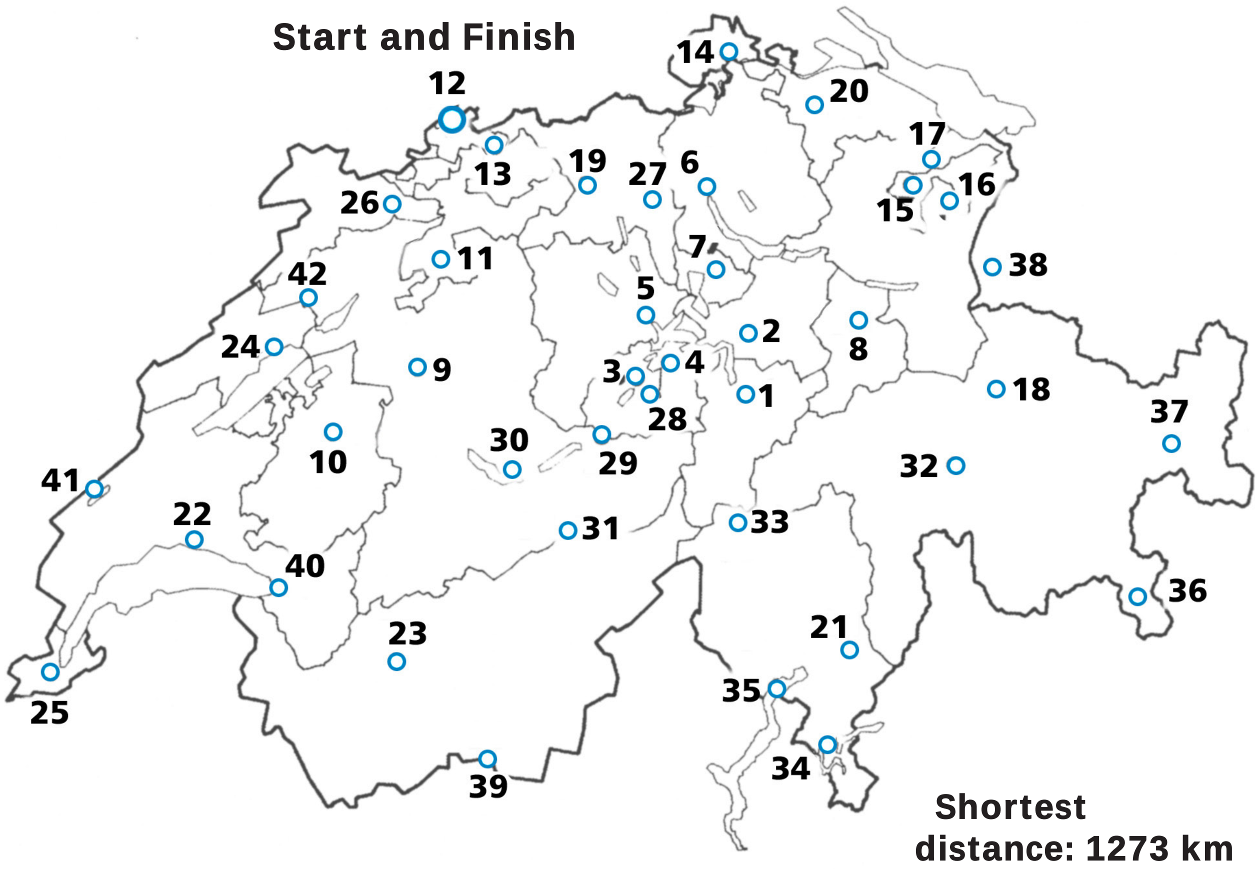
Idee und Konzept: Technorama
“Schweizer Städtefahrt_d.indd”; Nr. 10382

Switzerland Round Trip

This is the famous “Travelling Salesman” problem in mathematics. The optimal solution affects the entire transport industry (including your local pizza delivery firm) and is of great economic importance.

To do and notice:

- *Do the round trip of Switzerland – visit each town (click on it) only once – and do in the shortest possible route!*
- *What is the shortest distance you can find?*



Want to know more?

Idea and Concept: Technorama
“Schweizer Städtefahrt_d.indd”; Nr. 10382

Switzerland Round Trip

Want to know more?

This travelling salesman problem (TSP) is one of the best know and most researched optimization problems in mathematics. It was first stated in 1930 by Karl Menger (Austrian mathematician) as the "Postman" problem: "Given a finite number of points, the distances between each pair being known, find the shortest possible length of a line connecting all of them."

Finding good solutions is relatively easy in simple cases; finding and proving the optimal solution is a real mathematical problem.

The problem has more applications than to salesmen and postmen – think of GPS (Satnav) algorithms and the design of microchips. Additionally, the notion of "town" can be generalized to represent numbers of customers, boreholes or DNA strands, while "distance" might be length of holiday, costs, or the degree of correspondence between two DNA strands.

It should be obvious that in general the problem is difficult. Even worse, in I.T. the problem belongs to the class of NP-complete problems, for whose solution there are no efficient algorithms – solution procedures – at least none have yet been demonstrated.

Naturally, one can use the "sledgehammer" or "brute force" approach – try and compare all possible routes to find the optimal one, which is the simplest algorithm to find the exact solution.

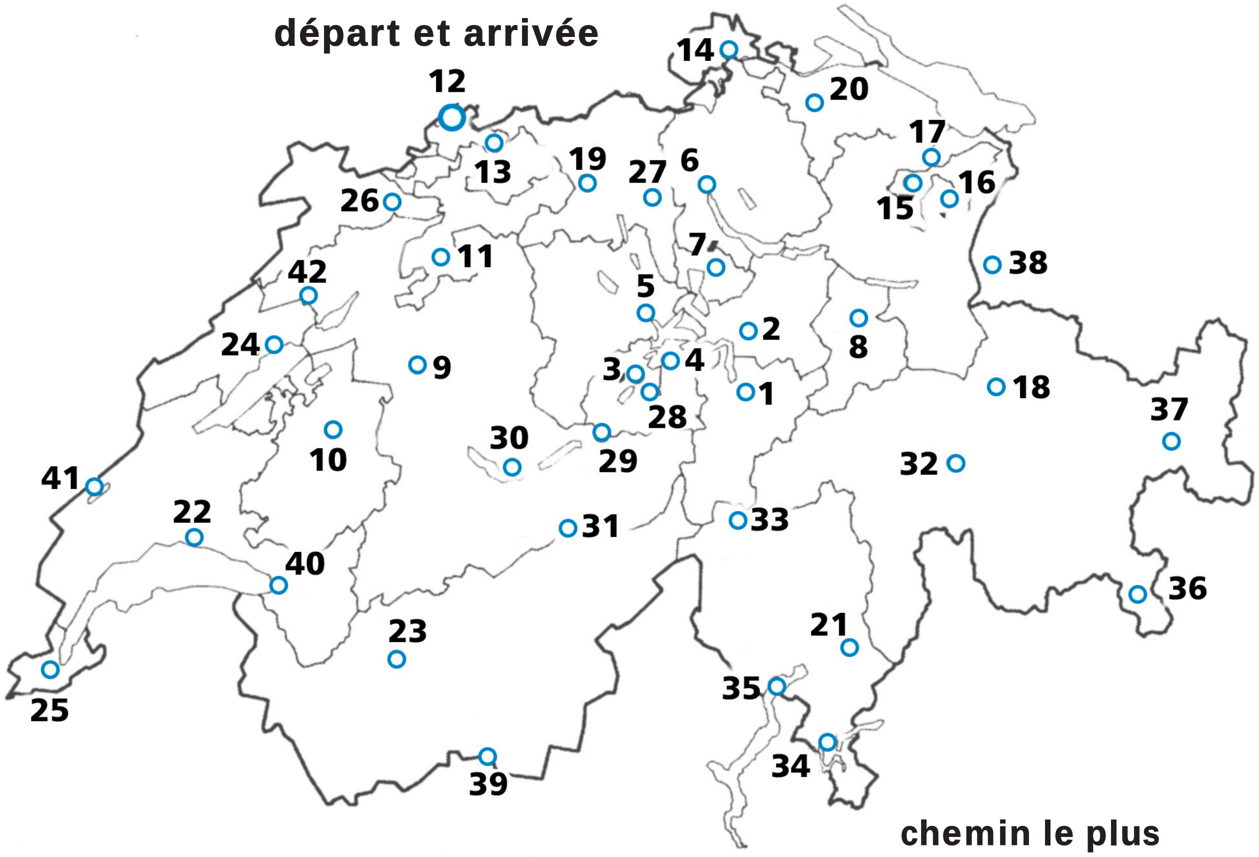
However, the time required to do this increases exponentially with the number of "towns". With only three towns, there is only one solution, with five towns, there are twelve possible routes; twelve towns has almost 20 million, and 42 towns has more than 16 x 10^{48} (1 followed by 48 zeroes!). There is no way of doing this, however good the satnav, so that approximate solution procedures have to be adopted – often called "heuristic" algorithms, which "work" and produce acceptable solutions in a reasonable time.

To do and notice:

Idea and Concept: Technorama
"Schweizer Städtefahrt_d.indd"; Nr. 10382

Circuit des villes suisses

Ce problème est en maths le problème du voyageur de commerce. Aujourd´hui la solution optimale à ces problèmes des entreprises et sociétés de transport (ou même pour le petit service de livraison à domicile de pizzas) est économiquement très important.



A vous de jouer:

- *Parcourez toute la Suisse en cliquant sur les villes mais ne visitez chaque ville qu´une seule fois – et ceci en prenant le chemin le plus court possible!*
- *Trouvez le circuit le plus court!*

Pour en savoir plus:

Idée et Conception: Technorama
"Schweizer Städtefahrt_d.indd"; Nr. 10382

Circuit des villes suisses

Pour en savoir plus

Le problème du voyageur de commerce (problème des circuits, traduction anglaise Traveling Salesman Problem, en court TSP) est l´un des problèmes d´optimisation les plus connus et les plus étudiés. En 1930 le problème a été formulé comme problème mathématique pour la première fois par Karl Menger: «Nous appelons problème des facteurs (parce que cette question se pose pour tous facteurs et d´ailleurs pour beaucoup de voyageurs aussi) le problème de trouver le chemin le plus court entre un nombre fini de points dont on connaît les distances par paires.» La détermination d´une bonne solution est relativement facile, mais c´est un vrai problème mathématique de trouver la solution optimale qui est démontrable.

Le problème du voyageur de commerce revient sous forme différentes dans de nombreuses applications pratiques, par exemple pour la planification de circuits (aussi pour nos instruments modernes de navigation), la logistique ou le design de puces électroniques. Dans ces cas il ne faut pas comprendre littéralement les termes «ville» et «distance», les villes représentent plutôt les clients à visiter, des puits de forage ou des parties des brins de l´ADN, tandis que la distance symbolise le temps du voyage, le coût ou le degré de similarité entre deux brins d´ADN.

Il est évident que le calcul n´est pas facile. Mais c´est encore pire que cela: en informatique ce problème appartient aux problèmes NP-complets pour lesquelles aucun algorithme (règle de calcul) efficace n´existe (mais cela n´a pas été démontré jusqu´à aujourd´hui). Evidemment qu´il est possible de calculer un grand nombre de routes, de comparer les résultats et de choisir ainsi la route optimale. Mais cette méthode de «marteau» que l´on appelle aussi brute-force ou la méthode naïve est l´algorithme le plus simple pour trouver la solution exacte.

Mais le problème est qu´il s´agit d´un calcul combinatoire dont le temps de calcul augmente de manière exponentielle. Quand on a trois villes il n´y a qu´une seule solution (le deuxième serait le retour que nous ne considérons pas ici), quand on a cinq villes il y a déjà douze solutions, et quand on a douze ville il y en a 20 millions et quand on a 42 villes il y en aurait plus de $16*10^{48}$ (octillions – un 1 suivi par 48 zéros!). Il est clair que même un très bon instrument de navigation ne peut pas faire cela. Dans la pratique on utilise des solutions approximatives, c-a-d des solutions qui ne sont pas forcément optimales mais qui sont au moins relativement bonnes. Ce genre de méthodes est appelé «heuristique» et il permet un calcul en un temps relativement court.

A vous de jouer:

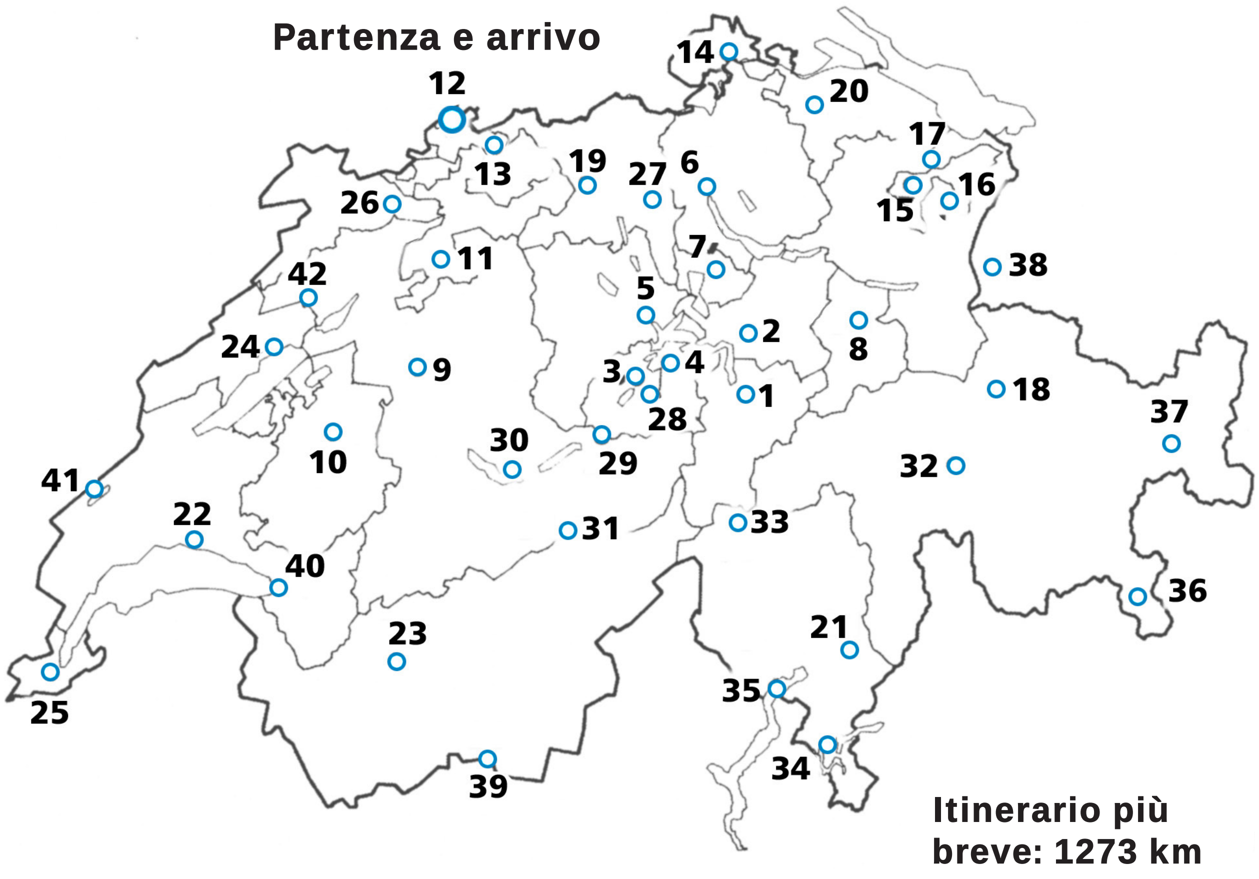
Idée et Conception: Technorama
“Schweizer Städtefahrt_d.indd”; Nr. 10382

Itinerario tra le città svizzere

Questo problema è noto in matematica come „il problema del commesso viaggiatore“. Oggi la soluzione di questo problema è particolarmente importante economicamente per spedizionieri e autotrasportatori (ma anche per i fattorini della pizza a domicilio!).

Che cosa fare:

- *Cliccando sulle varie città, cercate di percorrere tutta la Svizzera toccando ogni città, sempre viaggiando per la più breve!*
- *Trovate l'itinerario circolare più breve possibile!*



Itinerario più breve: 1273 km

Vuole saperne di più?

Ideazione e progetto: Technorama
"Schweizer Städtefahrt_d.indd"; Nr. 10382

Itinerario tra le città svizzere

Vuole saperne di più?

Il problema del commesso viaggiatore (in inglese Traveling Salesman Problem, abbreviato in TSP) è uno dei problemi di ottimizzazione più famosi e meglio studiati. Venne formulato per la prima volta in forma matematica nel 1930 da Karl Menger: „Definiamo come problema del postino (perché questo problema in pratica deve essere risolto da ogni postino ma in effetti anche da molti viaggiatori) il compito di trovare il percorso più breve che permette di passare per un numero infinito di punti, le cui distanze siano a due a due note".

La definizione di soluzioni valide è relativamente facile, la scoperta di una soluzione ottimale dimostrabilmente ottimale è un autentico problema matematico.

Il problema del commesso viaggiatore trova applicazione in varie forme in molti campi pratici, per esempio nella pianificazione dei tour (anche nei nostri moderni navigatori GPS), nella logistica o nella progettazione di microcircuiti. A questo riguardo i concetti di „città" e „distanza" non vanno presi alla lettera, semmai le città rappresentano per esempio i clienti da visitare, dei fori oppure segmenti di DNA, mentre le distanze possono corrispondere alla durata del viaggio, ai costi o al grado di corrispondenza di due campioni di DNA.

È evidente che il calcolo non è semplice. Anzi, peggio ancora: il problema rientra nel novero dei cosiddetti problemi NP-completi dell'informatica, per cui non esiste cioè un algoritmo (una ricetta di calcolo) efficiente (nemmeno questo però risulta finora dimostrato). Naturalmente si possono anche calcolare tutti i possibili percorsi, confrontare i risultati e in questo modo scegliere l'itinerario ideale. Questo metodo che impiega la „forza bruta", o metodo ingenuo, è l'algoritmo più semplice per trovare la soluzione esatta.

Naturalmente il problema consiste nel fatto che si tratta di un calcolo combinatorio, in cui il tempo di calcolo aumenta con progressione esponenziale. Per tre città esiste una sola soluzione (la seconda sarebbe il ritorno, che noi non consideriamo), per cinque città ce ne sono già dodici, per dodici città ce ne sono già quasi 20 milioni e per 42 città sarebbero oltre $16*10^{48}$ (cioè 16 ottilioni, ciascuno dei quali è un 1 seguito da 48 zeri!). È evidente che nessun navigatore, per quanto efficiente, potrebbe gestire un simile numero di soluzioni. Di fatto in pratica si impiegano approssimazioni alla soluzione che non sono necessariamente quelle ottimali ma perlomeno consentono di trovare soluzioni molto buone. Questo tipo di sistema viene chiamato „procedimento euristico" e consente di effettuare il calcolo in un tempo ipoteticamente breve.

Che cosa fare: