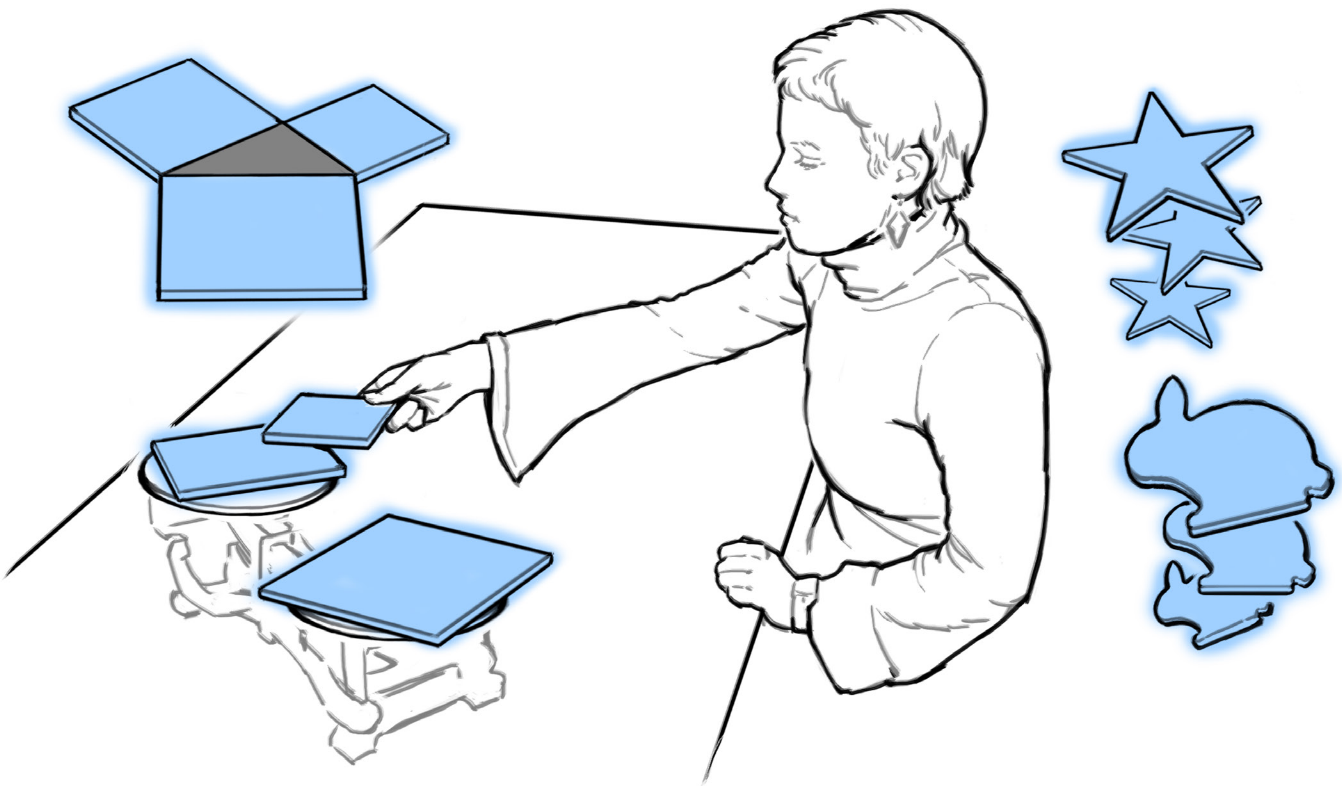
Satz des Pythagoras - wiegt schwer

Hier ergibt sich der berühmte (und in der Schule oft berüchtigte) Satz des Pythagoras “$a^2+b^2=c^2$” fast von allein.



Was tun und beachten:

- *Legen Sie die passenden Quadrate an die Seiten des rechtwinkligen Dreiecks.*
- *Wiegen Sie dann das blaue Quadrat gegen das gelbe und rote (zusammen)!*
- *Siehe da:*
  Gelb (a^2) + Rot (b^2) = Blau (c^2)
- *Machen Sie nun das Gleiche mit den Sternen oder den Häschen. Und?*

  Hinweis: Probieren Sie auch den «flüssigen» Pythagoras nebenan!

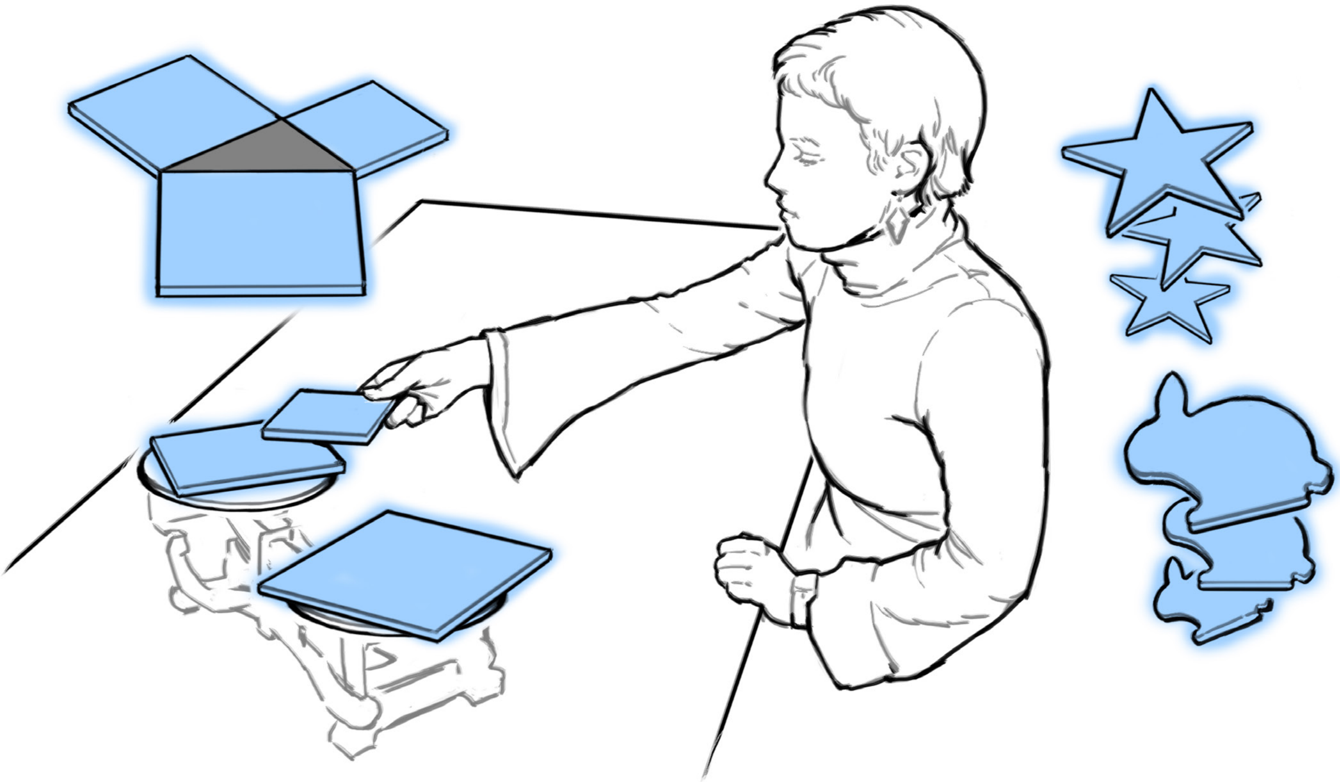
Wer mehr wissen möchte:

lesen Sie den Zusatztext

Idee und Konzept: Mathematikum Giessen (D)
“Satz des Pythagoras - wiegt schwer_d.indd”; Nr. 10364

Satz des Pythagoras - wiegt schwer

Hier ergibt sich der berühmte (und in der Schule oft berüchtigte) Satz des Pythagoras "$a^2+b^2=c^2$" fast von allein.



Was tun und beachten:

- *Legen Sie die passenden Quadrate an die Seiten des rechtwinkligen Dreiecks.*
- *Wiegen Sie dann das blaue Quadrat gegen das gelbe und rote (zusammen)!*
- *Siehe da:*
  Gelb (a^2) + Rot (b^2) = Blau (c^2)
- *Machen Sie nun das Gleiche mit den Sternen oder den Häschen. Und?*

  Hinweis: Probieren Sie auch den «flüssigen» Pythagoras nebenan!

Wer mehr wissen möchte:

Idee und Konzept: Mathematikum Giessen (D)
"Satz des Pythagoras - wiegt schwer_d.indd"; Nr. 10364

Satz des Pythagoras - wiegt schwer

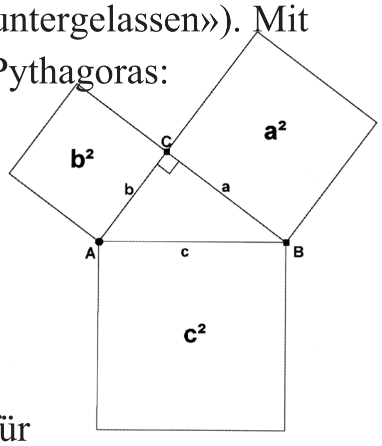
Wer mehr wissen möchte

Der Satz des Pythagoras handelt von einer Flächenverwandlung. Die Summe der Flächeninhalte zweier kleiner Quadrate ist der Flächeninhalt eines dritten grossen Quadrats. Die Quadrate sind nicht beliebig, sondern so konstruiert, dass sie an die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks passen. Das Experiment bestätigt, dass diese Flächenverwandlung stimmt.

Pythagoras von Samos (6. Jh. v. Chr.) war einer der wichtigsten Mathematiker der Antike; in gewissem Sinne war Pythagoras der erste Mathematiker, den wir kennen. Die von ihm begründete Schule der Pythagoräer brachte zahlreiche Erkenntnisse in der Geometrie und Zahlentheorie.

Der Satz des Pythagoras gilt für rechtwinklige Dreiecke. Im rechtwinkligen Dreieck heisst die Seite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt, Hypotenuse («hypo» = «unten», «tenai» = «sich erstrecken»), die beiden anderen Seiten heissen Katheten («kathetos» = «hinuntergelassen»). Mit diesen Begriffen lautet der Satz des Pythagoras:

In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate gleich dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrats.



Man kennt heute über 400 Beweise für den Satz des Pythagoras. Diese bauen auf zahlreichen Zusammenhängen des Satzes mit den verschiedensten Bereichen der Elementargeometrie auf.

Über Sterne und Häschen hat Pythagoras aber nichts gesagt!

Das Interessante dabei ist, dass es völlig egal ist, welche Form die Flächen über den Seiten des Dreiecks haben – solange die Flächen einander «ähnlich» sind. Ähnlich bedeutet hier, dass sich die Längen- und Breitenverhältnisse bei den unterschiedlich grossen Flächen nicht ändern. Beachten Sie, dass der Abstand der Zackenspitzen der Sterne und die Seitenlänge des entsprechenden Quadrates gleich lang sind. Dies gilt auch für die «Basen» der Häschen. Bestimmend für die Fläche jedes Objektes ist also die Länge der entsprechenden Dreiecksseite.

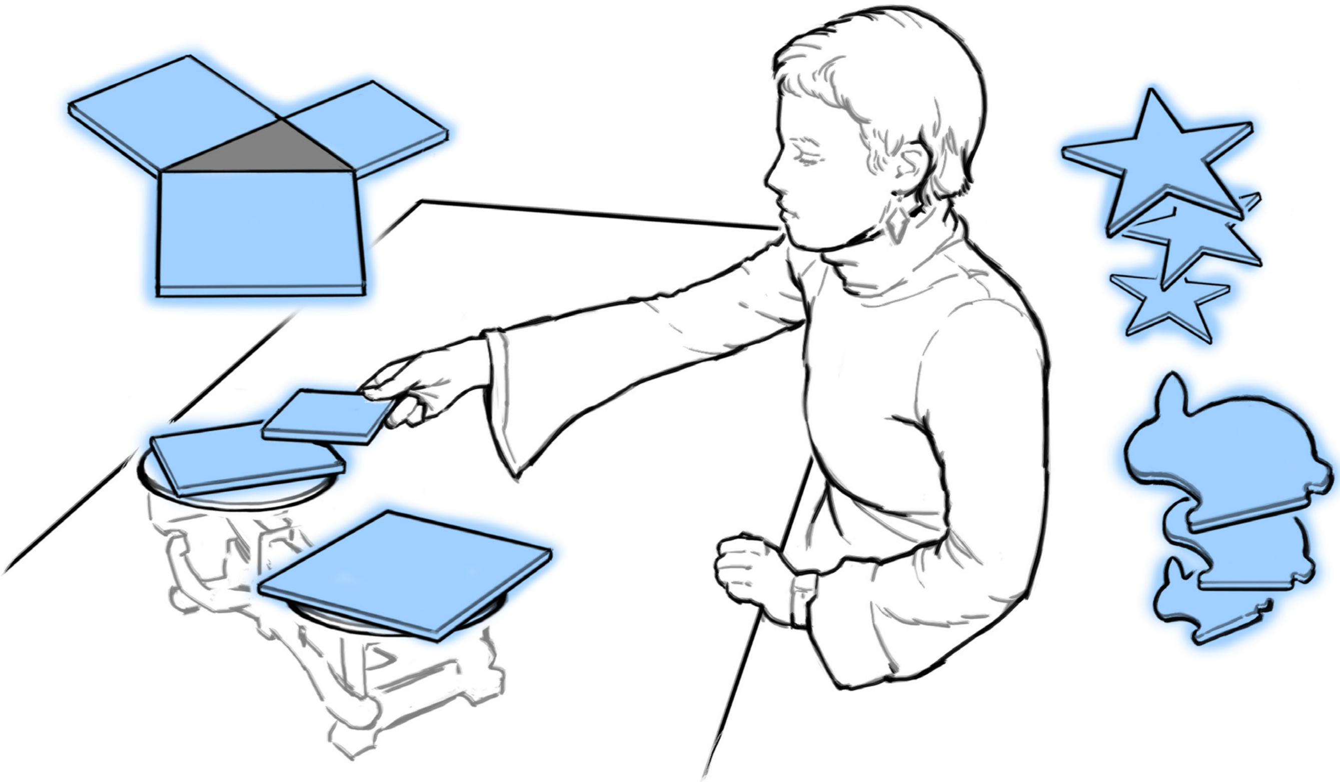
Der Satz des Pythagoras führte übrigens auch zur Entdeckung der Irrationalität, d.h. zu einer damals neuen Art von Zahlen. Bei einem Dreieck, dessen beide Kathete die Länge «1» besitzen, ergibt sich für die Länge der Hypotenuse die Wurzel aus 2 «$\sqrt{2}$». Irrationale Zahlen lassen sich nicht durch Brüche von ganzen Zahlen (z.B. 2/3) darstellen. Irrationale Zahlen besitzen unendlich viele Dezimalstellen, die nicht periodisch sind. Die Kreiszahl «π» oder die Eulersche Zahl «e» sind solche irrationalen Zahlen.

Was tun und beachten:

Idee und Konzept: Mathematikum Giessen (D)
"Satz des Pythagoras - wiegt schwer_d.indd"; Nr. 10364

Pythagoras' Theorem - Easy to weigh up!

Here you can test the famous (and in school often notorious) Pythagoras Theorem by simple weighing.



To do and notice:

- *Put the squares in position around the right-angled triangle.*
- *Then weigh the blue square and the red and yellow squares (together)!*
- *Notice that:*
  Yellow square (a^2) + Red square (b^2) = Blue square (c^2)
- *Repeat using the star or hare shapes. What do you notice?*

  Suggestion: Try at the «fluid» Pythagoras exhibit next to this one!

Want to know more?

Idea and Concept: Mathematikum Giessen (D)
"Satz des Pythagoras - wiegt schwer_d.indd"; Nr. 10364

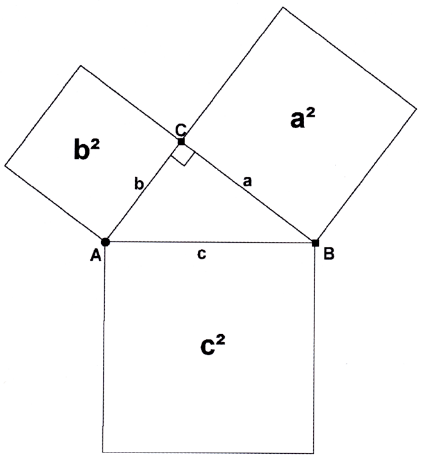
Pythagoras' Theorem - Easy to weigh up!

Want to know more?

Pythagoras theorem is to do with an equivalence of areas. If the areas of the two smaller squares add up to the area of the largest one, when you fit them together to form a triangle, the triangle will always be right-angled. This weighing experiment shows this is true for the given triangle.

Pythagoras of Samos (6th Century BC) was one of the most important mathematicians of antiquity – he can be regarded as the first pure mathematician we know about. The «Pythagorean school» of mathematics which he founded made a huge number of discoveries in geometry and number theory.

Pythagoras' theorem holds for any right-angled triangle. The side opposite the right angle (90 deg) is called the hypotenuse (Greek «hypo» = «below», «tenai» = «streching»), and the theorem states: in any right-angled triangle, the square on the hypotenuse is equal to the sum of the squares on the other two sides.



These days, there are more than 400 known ways of proving the theorem.

These proofs depend on the great number of connections between the theorem and many diverse areas of elementary geometry. Of course, Pythagoras didn't extend his theorem to star and hare shapes!

However, it is immaterial what shapes are used, provided they are similar, and their corresponding sides are in the ratio of the sides of the chosen right-angled triangle.

This can be seen to be the case in the lengths of the bases of the hare-shapes, and also the separations of the spikes on the stars.

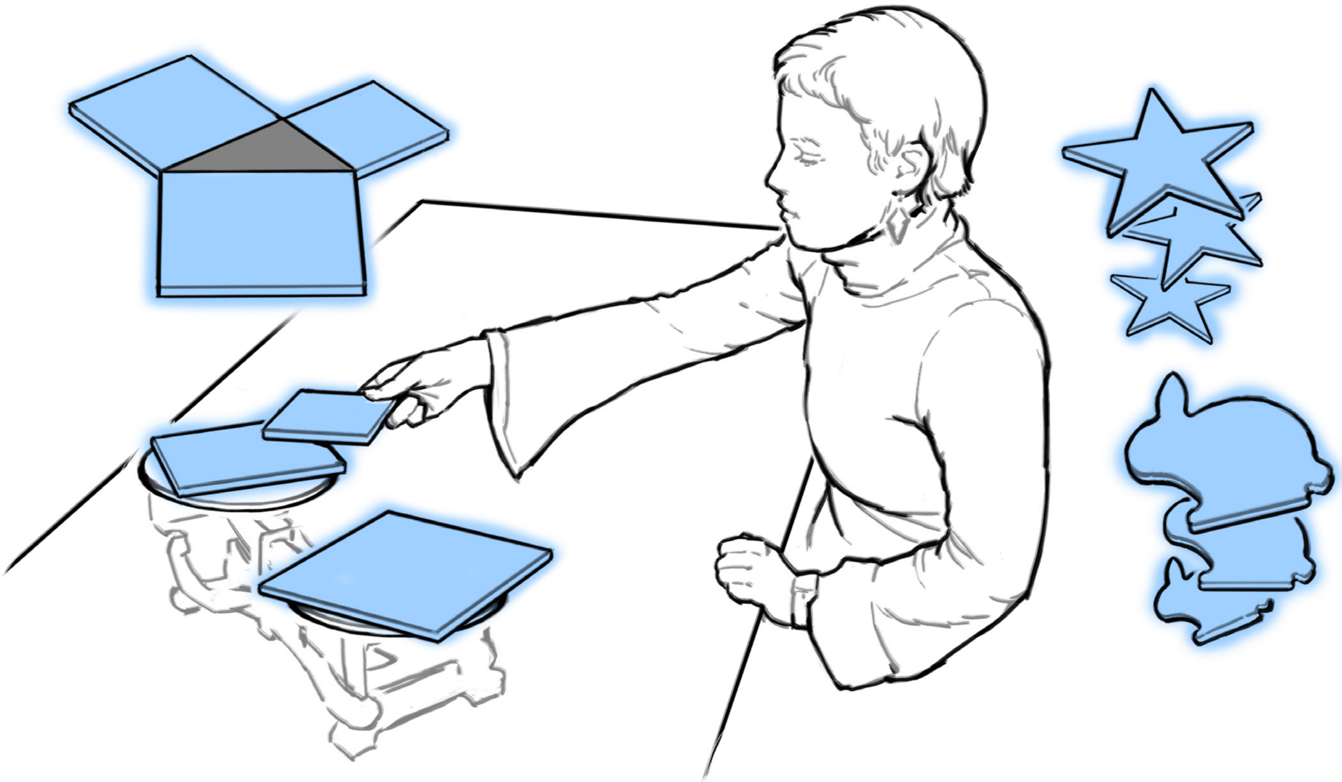
Pythagoras' theorem led him to the discovery that there are numbers whose square root cannot be written down as a fraction (or ratio) – so-called «irrational numbers». A right-angled triangle with both short sides of length 1 unit has a hypotenuse equal to the square root of 2, and a (relatively) simple mathematical argument can show the impossibility of $\sqrt{2}$ being expressed as one number divided by another. It can, of course, be expressed as a decimal, but with an infinite number of non-recurring digits after the decimal point, like countless other square roots, and famous numbers like π (3.141526….) and Euler's number, e (2.71828…) which are also irrational.

To do and notice:

Idea and Concept: Mathematikum Giessen (D)
"Satz des Pythagoras - wiegt schwer_d.indd"; Nr. 10364

Théorème de Pythagore - ça pèse lourd!

Ici le fameux Théorème de Pythagore (qui a souvent une mauvaise réputation parmi les élèves à l'école) "$a^2+b^2=c^2$" s'explique presque tout seul.



A vous de jouer:

- *Mettez les carrés correspondants sur les côtés des triangles rectangles.*
- *Pesez ensuite le carré bleu d'un côté de la balance et les carrés jaune et rouge (ensembles!) de l'autre côté de la balance.*
- *Et voilà:*
  jaune (a^2) + rouge (b^2) = bleu (c^2)
- *Faites la même chose avec les étoiles ou les lapins. Alors?*

  Conseil: Regardez aussi l'expérience Pythagore «fluide» à côté!

Pour en savoir plus:

Idée et Conception: Mathematikum Giessen (D)
"Satz des Pythagoras - wiegt schwer_d.indd"; Nr. 10364

Théorème de Pythagore - ça pèse lourd!

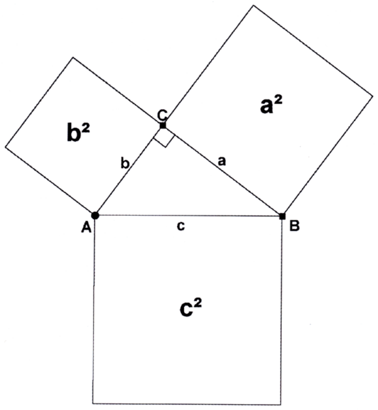
Pour en savoir plus

Le Théorème de Pythagore concerne une égalité de surface. La somme des surfaces de deux carrés est égale à la surface d'un plus grand carré. Ce théorème n'est vrai que lorsque les carrés sont formés sur les côtés d'un triangle rectangle. Cela est confirmé ici.

Pythagore de Samos (6 siècles av J.C.) était l'un des mathématiciens les plus importants de lAntiquité; d'un certain point de vue Pythagore était le premier mathématicien que l'on connaît aujourd'hui. L'école pythagoricienne fondée par lui-même a contribué à la découverte de nombreuses connaissances en géométrie et dans la théorie des nombres.

Le Théorème de Pythagore est valable pour tous les triangles rectangles. Dans un triangle rectangle le côté en face de l'angle droit est appelé hypoténuse («hypo» = en bas, «tenai» = s'étendre), les deux autres côtés sont les côtés de l'angle droit.

Ainsi le Théorème de Pythagore peut être reformulé: Le carré de l' hypoténuse d'un triangle rectangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.



On connaît aujourd'hui plus de 400 démonstrations du Théorème de Pythagore. Elles se basent sur de nombreuses implications du théorème dans différents domaines de la géométrie élémentaire.

Mais Pythagore ne disait rien sur les étoiles et les lapins!

Il est intéressant de noter que la forme des surfaces sur les côtés du triangle n'a aucune importance - si les surfaces se «ressemblent». Dans ce contexte «ressembler» veut dire que les rapports entres les longueurs et les largeurs de surfaces de taille différente doivent être respectés. Remarquez que la distance de pointes des étoiles et les côtes du carré correspondant ont la longueur. Cela est vrai aussi pour les «bases» des lapins. C'est donc la longueur du côté du triangle qui détermine la surface de chaque objet.

Le Théorème de Pythagore a d'ailleurs mené à la découverte de l'irrationalité, c'est-à-dire d'une nouvelle sorte de nombres. Pour un triangle dont les deux côtés de l'angle droit ont la longueur «1», on obtient pour la longueur de l'hypoténuse à partir de la racine de 2: «$\sqrt{2}$».

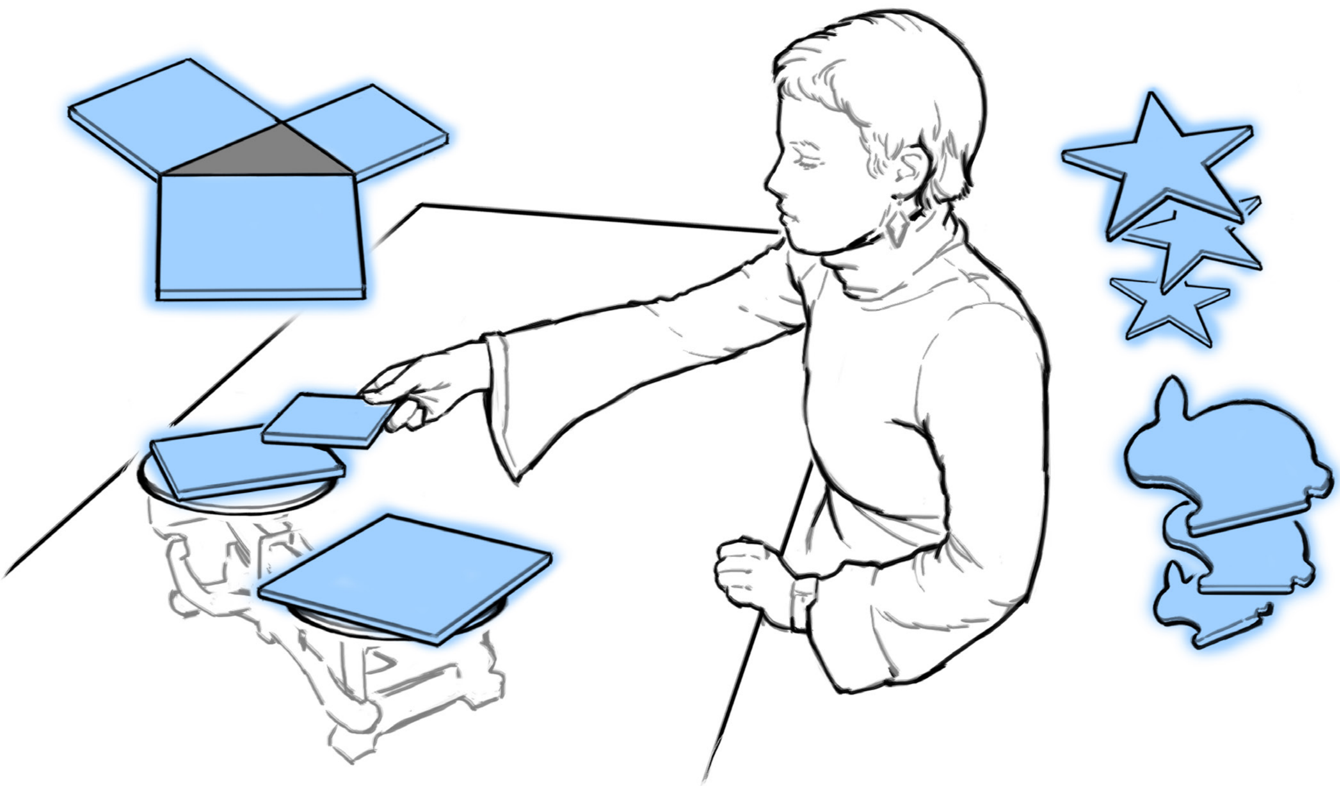
Les nombres irrationnels ne peuvent pas être représentés par une fraction de deux nombres entiers (par exemple 2/3). Les nombres irrationnels possèdent une infinité de décimales qui ne sont pas périodiques. Le nombre «π» et le nombre d'Euler «e» sont de tels nombres irrationnels.

A vous de jouer:

Idée et Conception: Mathematikum Giessen (D)
"Satz des Pythagoras - wiegt schwer_d.indd"; Nr. 10364

Il teorema di Pitagora ha il suo peso

Il famoso (e spesso a scuola così detestato) Teorema di Pitagora "$a^2+b^2=c^2$" qui diventa qualcosa che si può toccare con mano e pesare.



Che cosa fare:

- *Accostate ai lati del triangolo i quadrati corrispondenti.*
- *Ora confrontate il peso del triangolo blu con quello dei triangoli rosso e giallo (insieme)!*
- *Ecco qua, è presto fatto:*
  Giallo (a^2) + Rosso (b^2) = Blu (c^2)
- *Provate a ripete l'operazione con le stelle o con i leprotti: qual è il risultato?*

  Un suggerimento: provate anche il teorema di Pitagora «allo stato liquido» qui accanto!

Vuole saperne di più?

Idea e progetto: Mathematikum Giessen (D)
"Satz des Pythagoras - wiegt schwer_d.indd"; Nr. 10364

Il teorema di Pitagora ha il suo peso

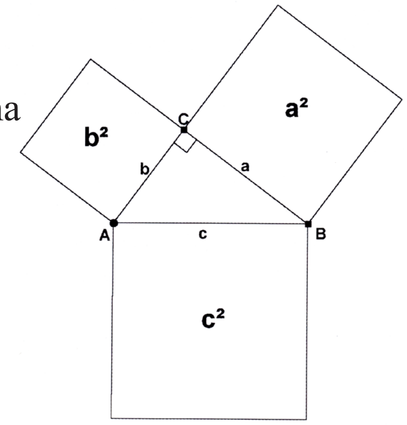
Vuole saperne di più?

Il teorema di Pitagora tratta di una trasformazione di superfici. La somma delle aree di due quadrati piccoli equivale all'area di un terzo quadrato grande. I quadrati non sono scelti arbitrariamente, bensì costruiti in modo tale da corrispondere ai tre lati di un triangolo rettangolo. L'esperimento conferma che questa trasformazione di superfici è esatta.

Pitagora di Samo (VI secolo a.C.) fu uno dei più importanti matematici dell'antichità; in un certo senso Pitagora fu il primo matematico che conosciamo. La scuola dei pitagorici, da lui fondata, produsse numerose scoperte nel campo della geometria e della teoria dei numeri.

Il teorema di Pitagora vale per i triangoli rettangoli. Nel triangolo rettangolo il lato opposto all'angolo retto si chiama ipotenusa (dal greco hypò = «sotto» e tèinein = «tendere») e gli altri due lati si chiamano cateti (dal greco káthetos = pendente, verticale). Usando questi concetti, il Teorema di Pitagora suona:

In un triangolo rettangolo, la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti è pari all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa.



Oggi si conoscono oltre 400 dimostrazioni del teorema di Pitagora. Queste si basano su numerosi collegamenti del teorema con diversi ambiti della geometria elementare.

Pitagora però non ha mai parlato né di stelle né di leprotti!

L'aspetto interessante è che è perfettamente indifferente quale forma abbiano le superfici costruite sui lati del triangolo, finché le superfici sono «simili» fra loro. Analogamente questo significa che i rapporti di lunghezza e di larghezza di superfici di diversa entità non cambiano. Notate che la distanza tra i vertici delle stelle e la lunghezza dei quadrati corrispondenti sono uguali. Questo vale anche per le «basi» dei leprotti.

Il Teorema di Pitagora ha consentito inoltre la scoperta dei numeri irrazionali, ovvero a un tipo di numeri fino a quel momento sconosciuti. In un triangolo, i cui cateti abbiano lunghezza 1, la lunghezza dell'ipotenusa risulta pari alla radice quadrata di «$\sqrt{2}$». I numeri irrazionali non possono essere rappresentati come frazioni di numeri interi. I numeri irrazionali hanno un numero infinitamente lungo di decimali non periodici. Sono numeri irrazionali anche la costante matematica «π» o il numero di Eulero «e».

Che cosa fare:

Idea e progetto: Mathematikum Giessen (D)
"Satz des Pythagoras - wiegt schwer_d.indd"; Nr. 10364