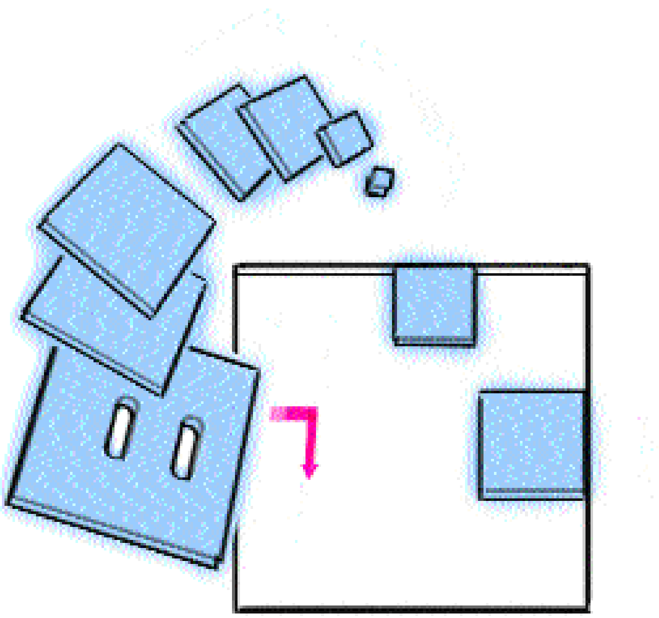
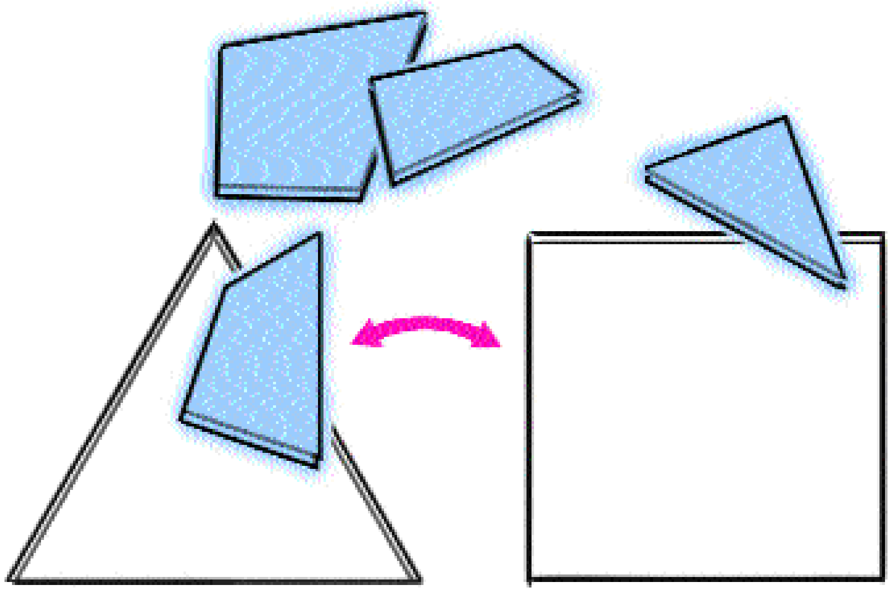
Quadratpuzzle und Quadrat-Dreieck-Umwandlung





Was tun und beachten:

Quadratpuzzle

- *Fliesen legen kann leicht zur Geduldsprobe werden - zumindest wenn man neun ganz unterschiedlich grosse Quadratfliesen zu einem fast quadratischen Rechteck anordnen soll.*

Quadrat-Dreieck-Umwandlung *(nach Dudeney)*

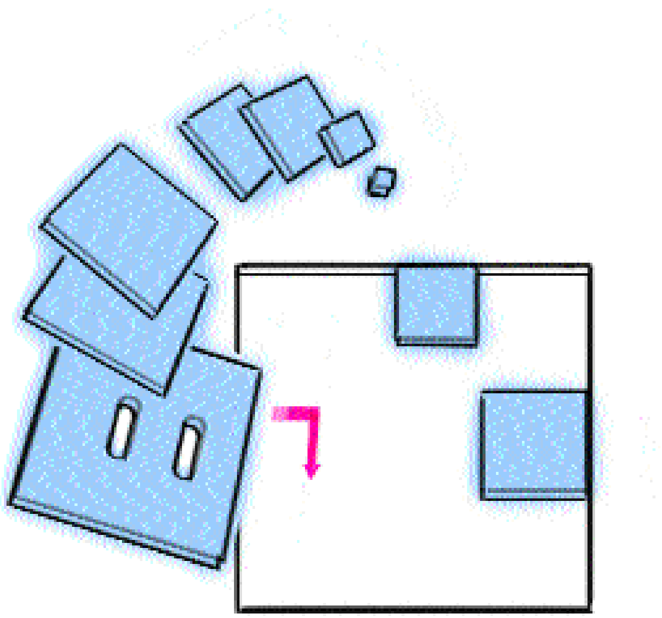
- *Vier unregelmässige Flächenstücke können sowohl ein Quadrat als auch ein gleichseitiges Dreieck lückenlos ausfüllen.*
- *Achten Sie auf die 90°- und die 60°-Winkel!*

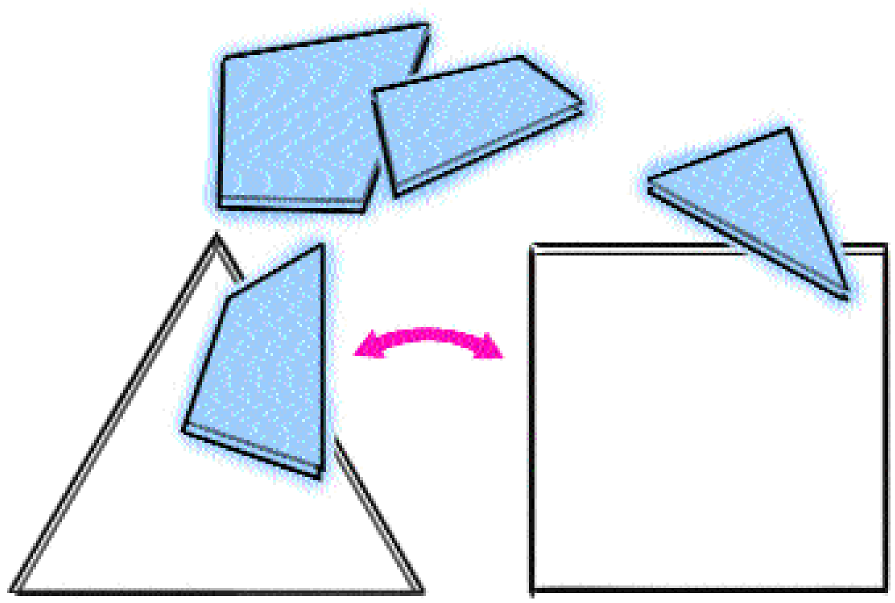
Wer mehr wissen möchte:

lesen Sie den Zusatztext

Idee und Konzept: Mathematikum Giessen (D) / Ausführung: Technorama
"Quadratpuzzle_d.indd"; Nr. 10345

Quadratpuzzle und Quadrat-Dreieck-Umwandlung





Was tun und beachten:

Quadratpuzzle

- *Fliesen legen kann leicht zur Geduldsprobe werden - zumindest wenn man neun ganz unterschiedlich grosse Quadratfliesen zu einem fast quadratischen Rechteck anordnen soll.*

Quadrat-Dreieck-Umwandlung *(nach Dudeney)*

- *Vier unregelmässige Flächenstücke können sowohl ein Quadrat als auch ein gleichseitiges Dreieck lückenlos ausfüllen.*
- *Achten Sie auf die 90°- und die 60°-Winkel!*

Wer mehr wissen möchte:

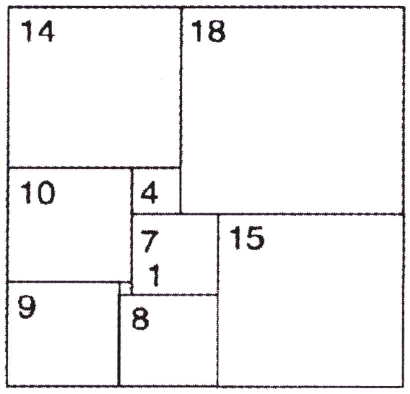
Idee und Konzept: Mathematikum Giessen (D) / Ausführung: Technorama
“Quadratpuzzle_d.indd”; Nr. 10345

Quadratpuzzle und Quadrat-Dreieck-Umwandlung

Wer mehr wissen möchte

Quadrat-Puzzle

Dieses Puzzle geht auf eines der typischen Zerlegungsprobleme zurück, von denen es in der diskreten Geometrie zahlreiche Varianten gibt.



Die berühmte Zerlegung eines Rechtecks in neun unterschiedlich grosse Quadrate wurde 1925 von Z. Morón gefunden. Das Besondere daran ist, dass es sich um die kleinste Anzahl von Quadraten handelt, die bei einer Rechteckszerlegung überhaupt vorkommen kann. Diese Rechteckszerlegung zu finden, ist schon eine beachtliche Leistung!

Hier die Lösung:

Doch eine noch grössere Herausforderung stellt die Suche nach einer sog. «perfekten Zerlegung» von Quadraten dar.

Man spricht allgemein von einer perfekten Zerlegung eines Vierecks, wenn:

- alle Teilstücke zum Ausgangsvieleck ähnlich sind
- alle Teilstücke unterschiedlich gross (mathematisch genauer: paarweise inkongruent) sind.

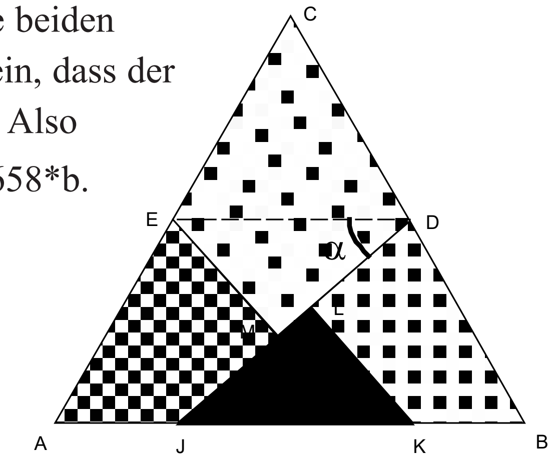
Das Problem der perfekten Quadratzerlegung konnte erst mit Hilfe modernerer Rechentechniken gelöst werden.

1978 fand A. J. W. Duijvestijn heraus, dass man für eine perfekte Quadratzerlegung mindestens 21 Teile benötigt.

Heute weiss man, dass es sogar möglich ist, ein Quadrat in beliebig viele Teile (jedoch mi-nimal 21) perfekt zu zerlegen.

Quadrat-Dreieck-Umwandlung

Wenn die Quadratseite die Länge a hat und das Dreieck die Seitenlänge b, müssen die beiden so aufeinander abgestimmt sein, dass der Flächeninhalt übereinstimmt. Also $a^2 = 0.25*b^2*\sqrt{3}$ oder $a = 0.658*b$.



Wenn Sie selber ein solches Puzzle bauen wollen, gehen Sie vom gleichseitigen Dreieck ABC aus.

E und D sind Seitenmitten. Man trägt den Winkel a an Strecke DE ab und findet J. Von E aus das Lot auf DJ gibt den Punkt M. (Die Strecke EM ist gerade die halbe Quadratseite). Die Strecke JK ist so lang wie die halbe Dreiecksseite. Das Lot von K auf JD ergibt schliesslich Punkt L. Der Winkel a ist 41.15 Grad.

Literatur:

(1) Quaisser, E.: Diskrete Geometrie. Einführung – Probleme – Übungen. Spektrum, Heidelberg 1994.

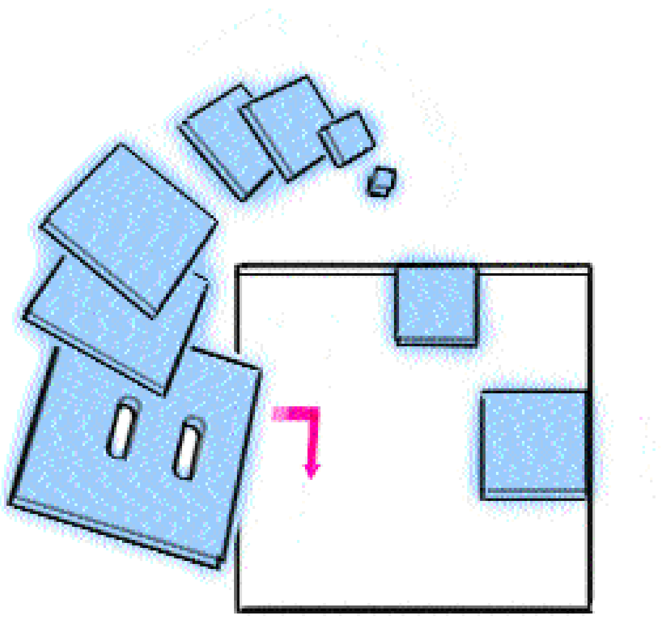
Was tun und beachten:

Idee und Konzept: Mathematikum Giessen (D) / Ausführung: Technorama
“Quadratpuzzle_d.indd”; Nr. 10345

Square Puzzle and the Square to Triangle-Conversion

To do and notice:

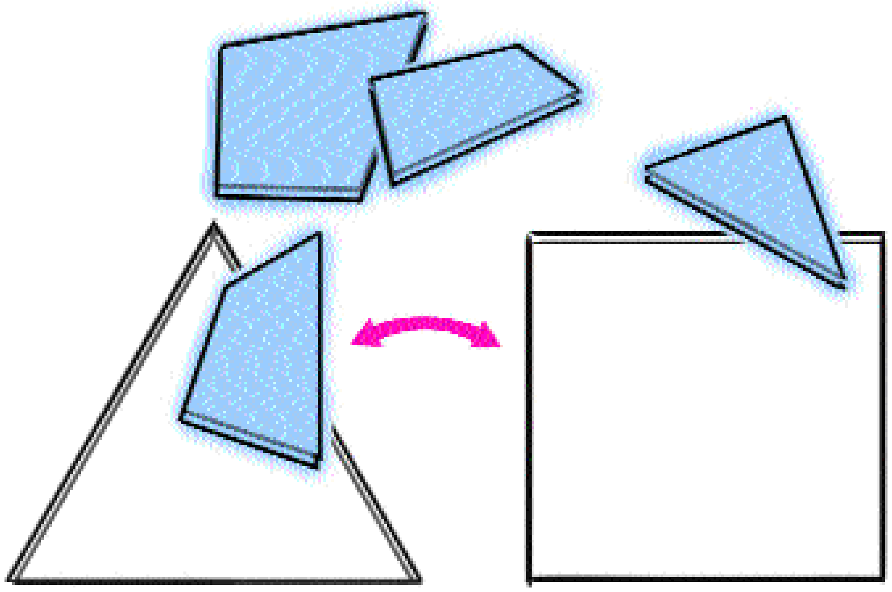
Square puzzle



- *Filling a shape with tiles can be an enormous test of your patience, particularly when you have to fit nine different sized square tiles into the (nearly) square frame.*

Square - triangle conversion

(*Dudeney's puzzle*)



- *Four irregularly shaped tiles can fit equally well, without a gap into the square or the equilateral triangle.*
- *Look for the 90° and the 60° angles!*

Want to know more?

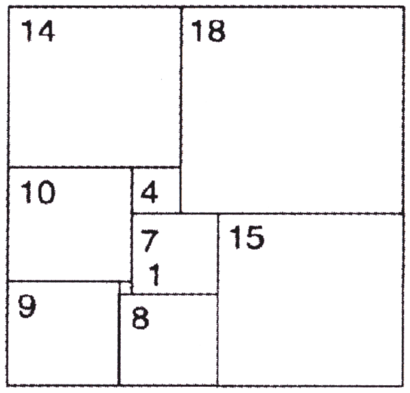
Idea and Concept: Mathematikum Giessen (D) / Realisation: Technorama
"Quadratpuzzle_d.indd"; Nr. 10345

Square Puzzle and the Square to Triangle-Conversion

Want to know more?

Square puzzle

This puzzle is a typical partition problem, of which there are many variants, in the field of discrete geometry.



The famous problem of partitioning a 32x33 rectangle into nine squares of different sizes was solved in 1909 by Z. Morón. What is special about this, is that there are only a few different rectangular shapes which can be split up completely into squares. It was quite an achievement to discover an example!

Here is the solution:

An even more demanding problem is the search for «perfect partitioning of a quadrangle».

A «perfect partitioning» of a four sided figure is where:

- all of the parts are identical in shape to the original figure
- all of the parts are of different sizes.

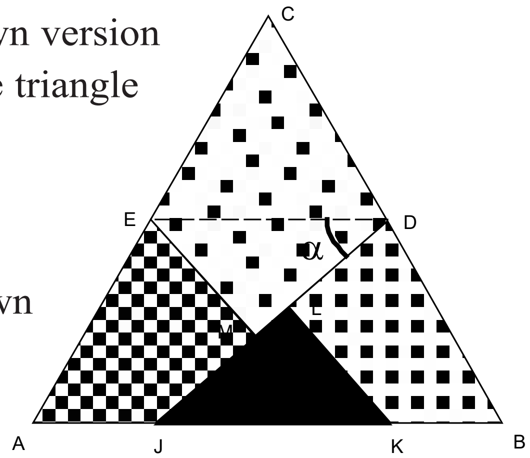
The solutions of the problem of a perfect partitioning of a square had to wait for the development of modern computing techniques. A.J.W. Duijverstijn (1978) showed that 21 is the minimum possible number of parts for the perfect partitioning of a square. We now know that it is possible to perfectly partition a square into any number of parts, with a minimum of 21.

Square – Triangle conversion

If one has a square of side length a, then one can use Pythagoras' theorem to link it to the side b of the equilateral triangle of the same area:

$a^2 = b^2 \times \sqrt{3} / 4$

If you want to build your own version of the puzzle, begin with the triangle ABC.



E and D are the mid points of two sides. DJ is now drawn at an angle, (alpha) = 41.15 degrees. Then draw the perpendicular from E onto DJ to find the point M. (The length of EM is exactly half of the side of the square.) The length of JK is half the length of the side of the triangle. The perpendicular drawn from K onto JD gives the final point L. for the partitioning which will rearrange into the square.

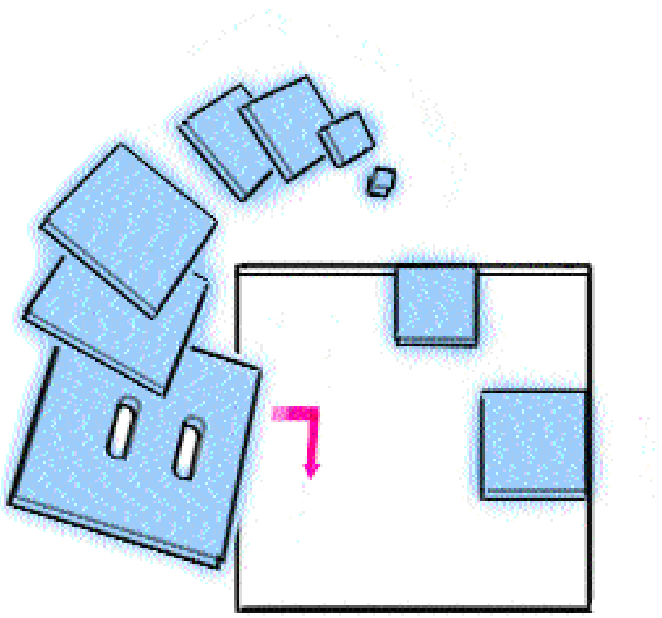
Literature:

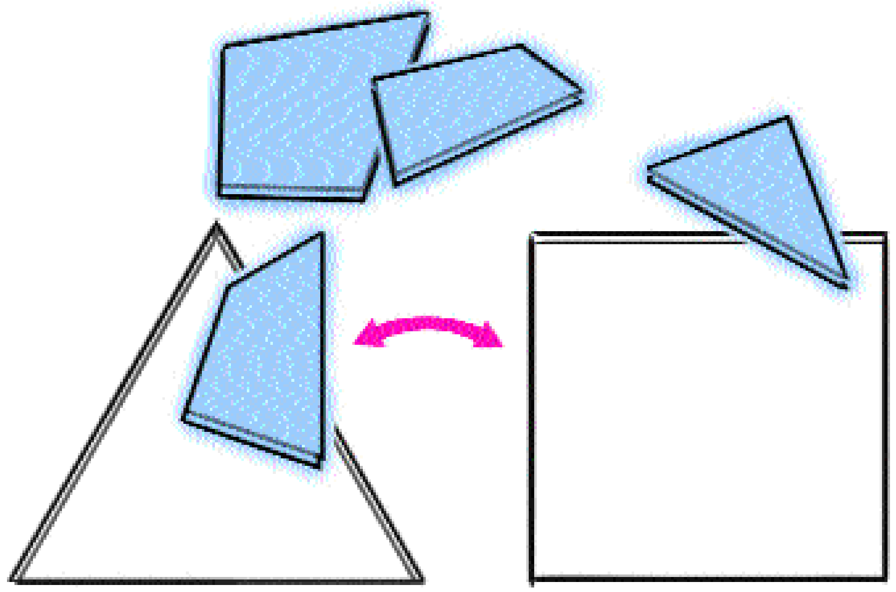
(1) Quaisser, E.: Diskrete Geometrie. Einführung – Probleme – Übungen. Spektrum, Heidelberg 1994.

To do and notice:

Idea and Concept: Mathematikum Giessen (D) / Realisation: Technorama
"Quadratpuzzle_d.indd"; Nr. 10345

Casse-tête de carrés et Transformation carrés-triangles





A vous de jouer:

Casse-tête de carrés

- *Carreler peut devenir une épreuve pour les nerfs – au moins si l'on doit ranger neufs carrés de taille différente pour former un rectangle presque quadratique.*

Transformation carrés-triangles *(d'après Dudeney)*

- *Les quatre pièces irrégulières peuvent former un carré ou alors un triangle sans laisser d'espace vide.*
- *Faites attention aux angles de 90° et de 60°!*

Pour en savoir plus:

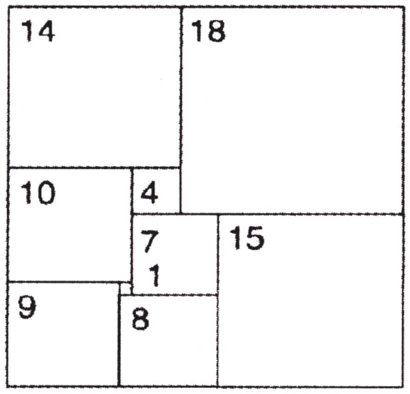
Idée et Conception: Mathematikum Giessen (D) / Réalisation: Technorama
"Quadratpuzzle_d.indd"; Nr. 10345

Casse-tête de carrés et Transformation carrés-triangles

Pour en savoir plus

Casse-tête de carrés

L'un des problèmes de décomposition typique dont il y a beaucoup de variantes en géométrie discrète est à l'origine de ce puzzle.



La fameuse décomposition d'un rectangle en 9 carrés de taille différente a été réalisée en 1925 par Z. Morón. Ce qui est extraordinaire c'est qu'il s'agit du nombre le plus petit de carrés que l'on peut obtenir dans une décomposition d'un rectangle. C'est déjà un grand succès de trouver cette décomposition du rectangle!

Voici la solution:

Mais il y a un défi plus grand: la recherche de la «décomposition parfaite» des carrés. On parle généralement d'une décomposition parfaite d'un quadrilatère si:

- Toutes les parties ressemblent au quadrilatère final
- Toutes les parties ont une taille différente.

Le problème de la décomposition parfaite d'un quadrilatère a été résolu seulement à l'aide des méthodes de calculs modernes. En 1978 A. J. W. Duijvestijn a découvert qu'une décomposition parfaite d'un quadrilatère nécessite au moins 21 pièces.

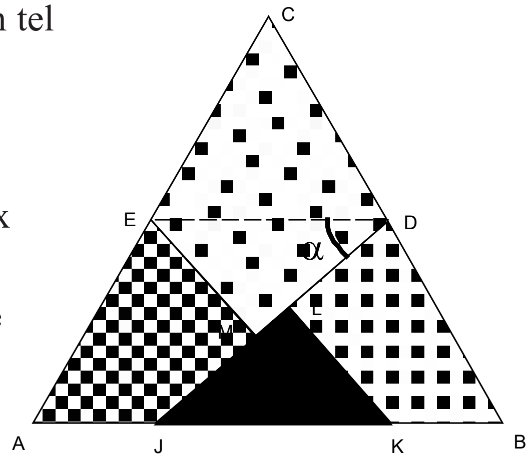
Aujourd'hui on sait qu'il est même possible de décomposer parfaitement un carré en n'importe quel nombre de parties (mais supérieur à 21.

Transformation carré-triangle

Quand le côté d'un carré a la longueur a et le côté du triangle a la longueur b, il faut les choisir de sorte que la surface soit la même.

$a^2 = 0.25 * b^2 * \sqrt{3}$ ou $a = 0.658 * b$.

Si vous souhaitez construire un tel casse-tête vous-mêmes, partez d'un triangle équilatéral ABC.



E et D sont les milieux de deux côtés. On prend l'angle a sur la distance DE et on trouve J. Si vous tracez la verticale passant par E perpendiculaire à DJ vous trouverez le point M. (La distance EM est exactement la moitié du côté du carré). La distance JK est de même longueur que la moitié du côté du triangle. La verticale passant par K perpendiculaire à JD donne finalement le point L. L'angle a est de 41.15°.

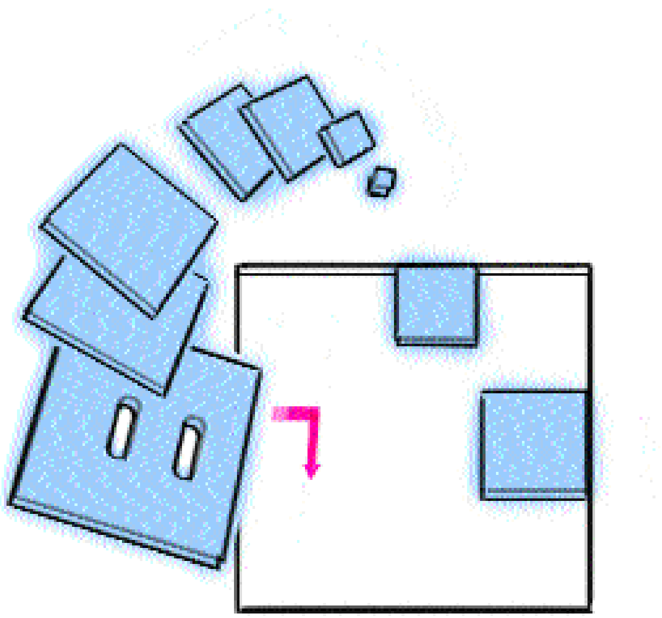
Littérature:

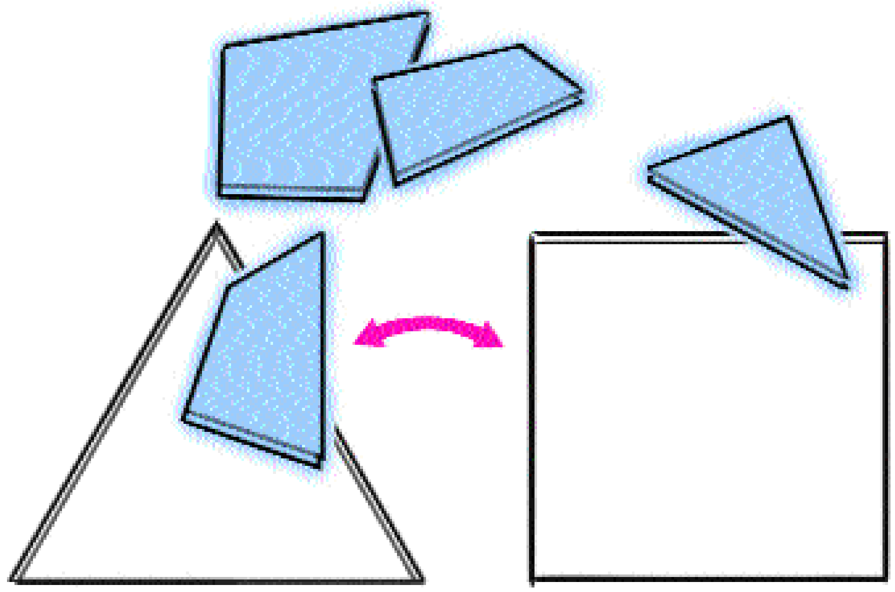
(1) Quaisser, E.: Diskrete Geometrie.
Einführung – Probleme – Übungen.
Spektrum, Heidelberg 1994.

A vous de jouer:

Idée et Conception: Mathematikum Giessen (D) / Réalisation: Technorama
"Quadratpuzzle_d.indd"; Nr. 10345

Puzzle di quadrati e trasformazione quadrato-triangolo





Che cosa fare:

Puzzle di quadrati

- *Posare le piastrelle può diventare facilmente una prova di pazienza... perlomeno quando si devono disporre nove piastrelle quadrate di dimensioni completamente diverse in modo da ottenere un quadrilatero quasi quadrato.*

Trasformazione da quadrato in triangolo e viceversa

(Dudeney)

- *Quattro tasselli di forma irregolare possono essere composti a piacere sia per formare un quadrato sia per comporre un triangolo equilatero.*
- *Prestate attenzione agli angoli di 90° e 60°!*

Vuole saperne di più?

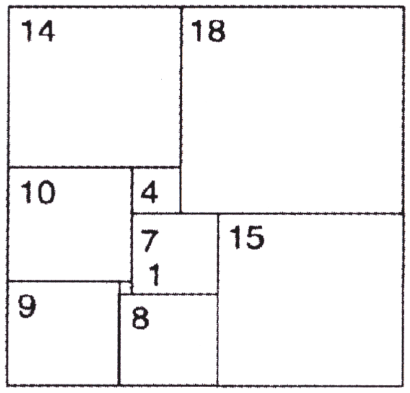
Ideazione e progetto: Mathematikum Giessen (D) / Realizzazione: Technorama
"Quadratpuzzle_d.indd"; Nr. 10345

Puzzle di quadrati e trasformazione quadrato-triangolo

Vuole saperne di più?

Puzzle di quadrati

Questo puzzle si rifà a uno dei tipici problemi di scomposizione di cui esistono numerose varianti nella geometria discreta.



La famosa scomposizione di un quadrilatero in nove quadrati di diversa grandezza venne scoperta da Z. Morón nel 1925. L'aspetto più notevole è che si tratta del più piccolo numero di quadrati che possa essere preso in considerazione per la scomposizione di un quadrilatero. Scoprire questa scomposizione del quadrilatero è già di per sé un risultato notevole!

Ecco la soluzione:

Una sfida ancora più ardua è costituita dalla ricerca di una cosiddetta «scomposizione perfetta» di quadrati. Si parla in generale di scomposizione perfetta di un quadrilatero quando:

- tutti gli elementi sono simili al poligono di partenza
- tutti gli elementi sono di grandezza diversa (sono a due a due incongruenti).

Il problema della scomposizione perfetta del quadrato ha potuto essere risolto solo con l'ausilio di modernne tecniche di ricerca.

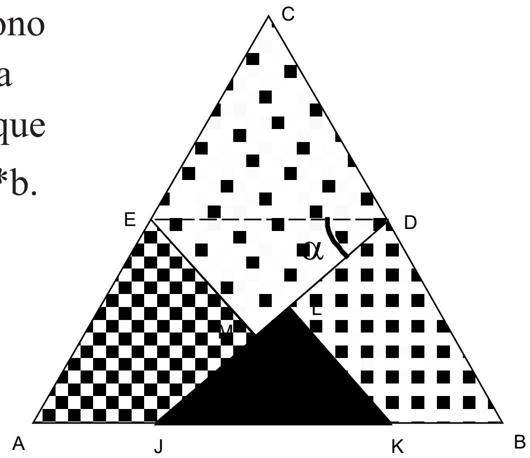
Nel 1978 W.J. W. Duijvenstijn ha scoperto che per una scomposizione perfetta del quadrato occorrono almeno 21 elementi.

Oggi si sa che è addirittura possibile scomporre in maniera perfetta un quadrato in un numero arbitrario di elementi (che devono essere almeno 21).

Trasformazione da quadrato in triangolo e viceversa

Se il lato del quadrato è di lunghezza a e il triangolo ha lati di lunghezza b, i due devono essere fatti in modo tale che la loro superficie coincida. Dunque $a^2 = 0.25*b^2*\sqrt{3}$ o $a = 0.658*b$.

Se volete comporre un puzzle di questo tipo, cominciate dal triangolo equilatero ABC.



E e D siano i punti che segnano metà dei lati. Si porta l'angolo α a partire dal punto E e si trova il punto J. La perpendicolare da E su DJ segna il punto M. (Il segmento EM è esattamente metà del lato del quadrato.) Il segmento JK è lungo quanto metà del lato del triangolo. La perpendicolare da K su JD segna il punto L. L'angolo a di 41.15 gradi.

Bibliografia:

(1) Quaisser, E.: Diskrete Geometrie. Einführung – Probleme – Übungen. Spektrum, Heidelberg 1994.

Che cosa fare:

Ideazione e progetto: Mathematikum Giessen (D) / Realizzazione: Technorama
"Quadratpuzzle_d.indd"; Nr. 10345