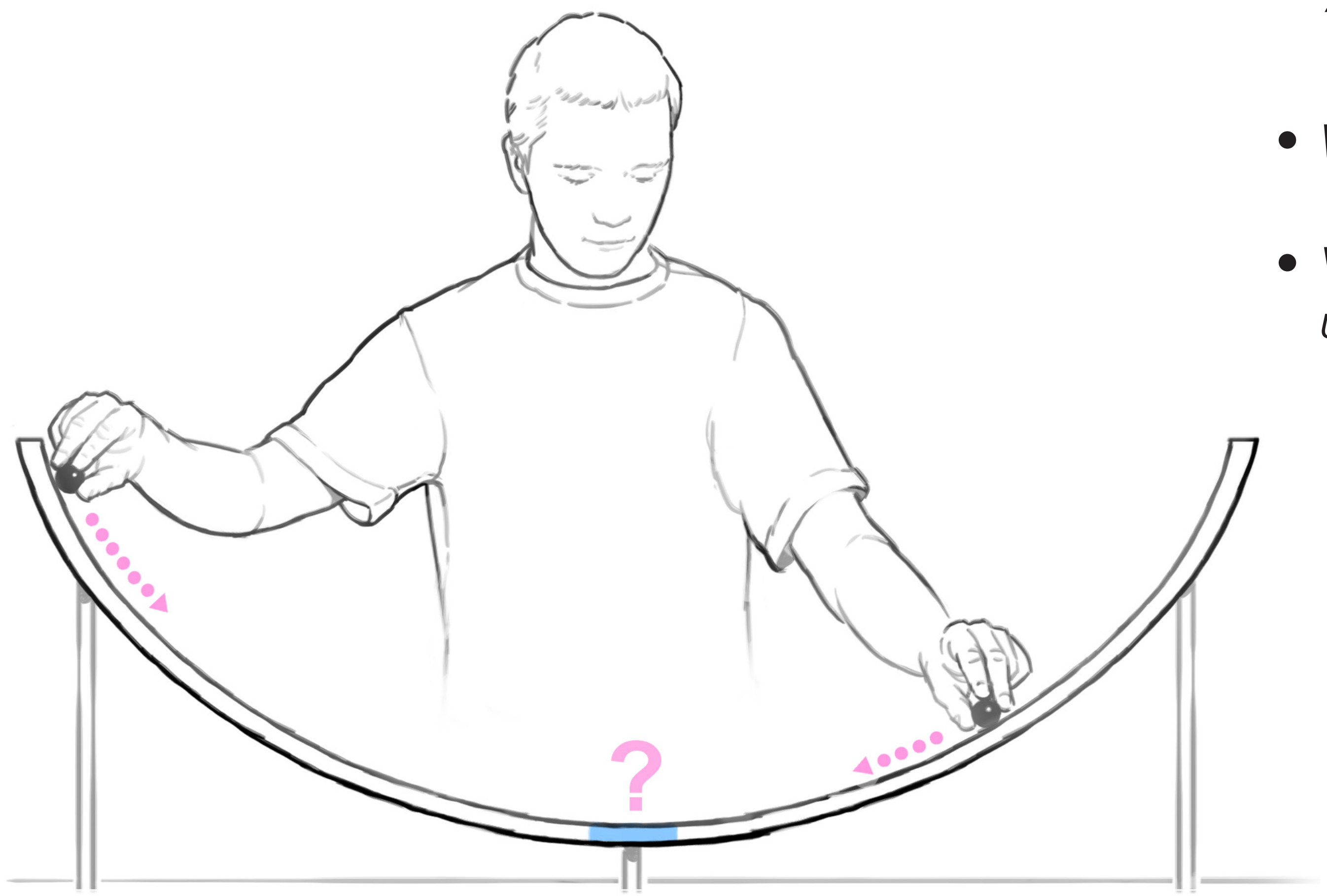
# Gleiche Laufzeit

## oder die Tautochrone

**Eine weitere ungewöhnliche Eigenschaft einer berühmten Kurve - der Zykloide.**




## Was tun und beachten:

- *Setzen Sie eine der Stahlkugeln irgendwo links auf die Rollbahn, die andere rechts.*
- *Lassen Sie dann beide, ohne sie zu beschleunigen (ohne "Schups"!), gleichzeitig los.*
- *Wo treffen sich die Kugeln?*
- *Versuchen Sie es auch mit stark unterschiedlichen Anlaufstrecken!*

**Wer mehr wissen möchte:**

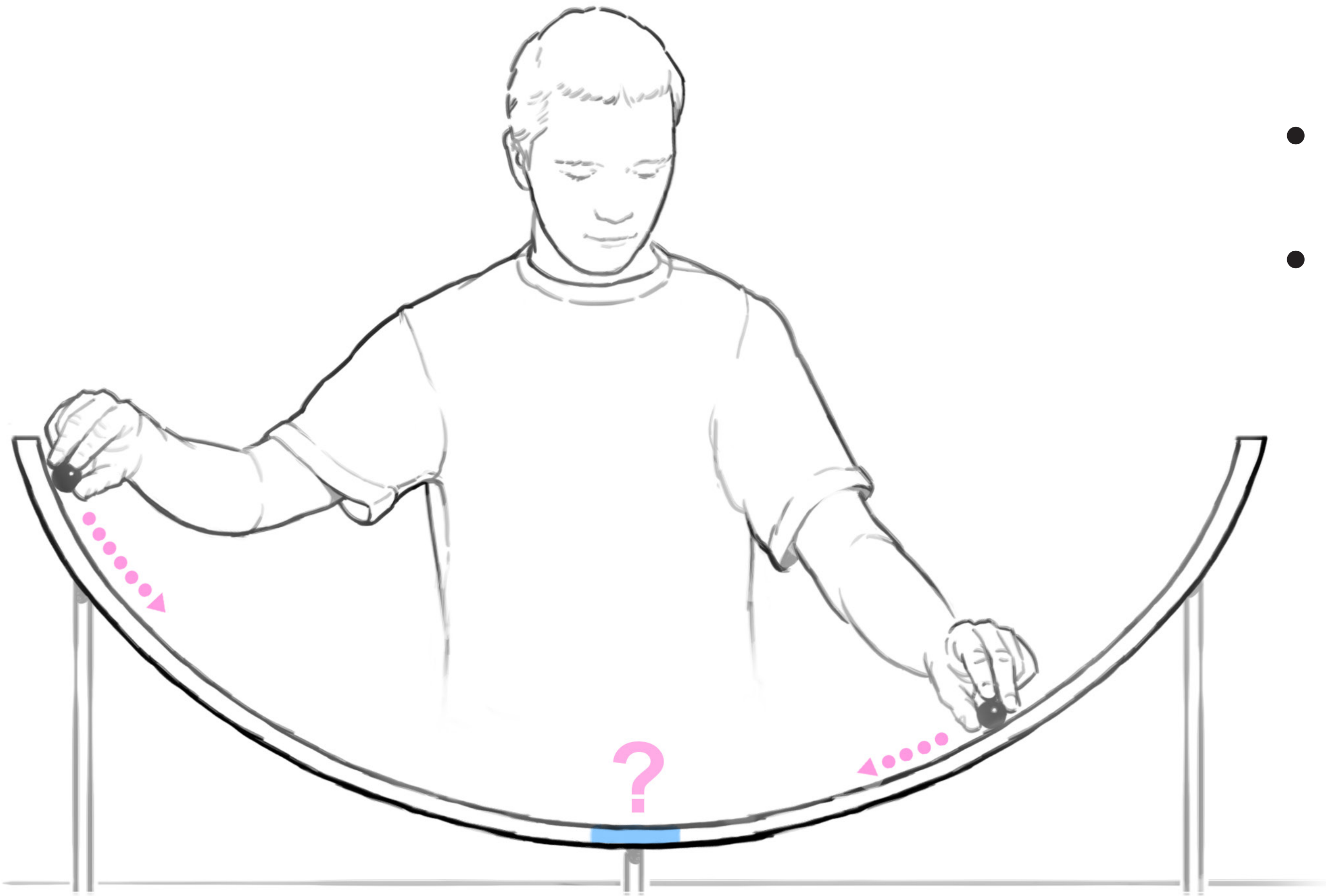
**lesen Sie den Zusatztext**

Idee und Konzept: Technorama
"Gleiche Laufzeit_DEFI.indd"; Nr. 10160

# Gleiche Laufzeit

## oder die Tautochrone

**Eine weitere ungewöhnliche Eigenschaft einer berühmten Kurve - der Zykloide.**




**Was tun und beachten:**

- *Setzen Sie eine der Stahlkugeln irgendwo links auf die Rollbahn, die andere rechts.*
- *Lassen Sie dann beide, ohne sie zu beschleunigen (ohne "Schups"!), gleichzeitig los.*
- *Wo treffen sich die Kugeln?*
- *Versuchen Sie es auch mit stark unterschiedlichen Anlaufstrecken!*

**Wer mehr wissen möchte:**

Idee und Konzept: Technorama
"Gleiche Laufzeit_DEFI.indd"; Nr. 10160

# Gleiche Laufzeit

## oder die Tautochrone

### Wer mehr wissen möchte

**Man kann zeigen – allerdings nur mit „höherer Mathematik“ – , dass ein Punkt, der (aus dem Stillstand) reibungsfrei entlang dieser Kurve abwärts gleitet, bis zum tiefsten Punkt immer gleich lang braucht. Daher der Name «Tautochrone» (aus den griechischen Wörtern «tautos» = «gleich» und «chronos» = «Zeit» gebildet).**

Dies ist eine weitere Eigenschaft der Zykloide, die eben auch eine Brachistochrone darstellt (die schnellste Verbindung zweier Punkte durch eine Bahn, auf der ein Massenpunkt unter dem Einfluss der Gravitationskraft reibungsfrei hinabgleitet). Ein Punkt auf dem Umfang eines Kreises beschreibt diese Kurve, wenn der Kreis auf einer Geraden rollt.

In unserem Experiment entsteht bei den höheren Startpositionen ein kleiner Fehler, weil die Kugel ein Stück rutscht, bevor sie rollt.

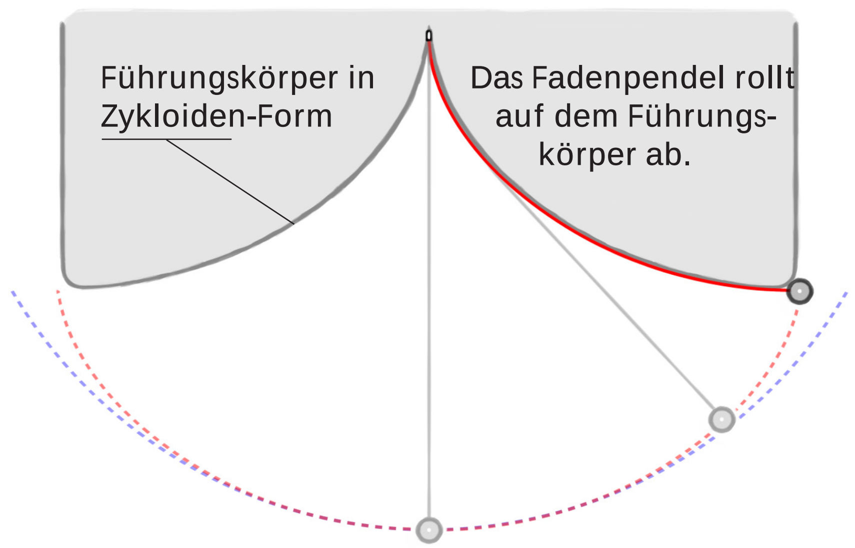
Das Rollen der Kugel bewirkt übrigens auch, dass gegenüber reibungsfreiem Gleiten die Zeit um einen vom Rollkörper abhängigen Betrag verlängert wird. Bei Kugeln ist der Unterschied etwa 18 %.

Christiaan Huygens schlug die Zykloide für die Konstruktion sehr genauer Pendeluhren vor (übrigens schon 100 Jahre bevor die Mathematiker das Brachistochronenproblem lösten!).

Bei einem Fadenpendel schwingt der Pendelkörper auf einem Kreisbogen und die Schwingungsperiode hängt von der Grösse des Pendelausschlags ab. Nur bei sehr kleinen Pendelausschlägen ist dieser Einfluss vernachlässigbar.

Man kann aber ein Fadenpendel so bauen, dass das Pendel wie in unserem Experiment entlang einer Zykloide läuft. Bei einem solchen „Zykloidenpendel“ ist dann die Periodendauer auch bei grossen Ausschlägen immer gleich.

**Zykloiden-Pendel**




Die schwingende Masse folgt darum nicht einer Kreisbahn (blau) sondern entlang einer Zykloide (rot).

Verwandte Exponate: „Kugelwettlauf“ und „Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste“

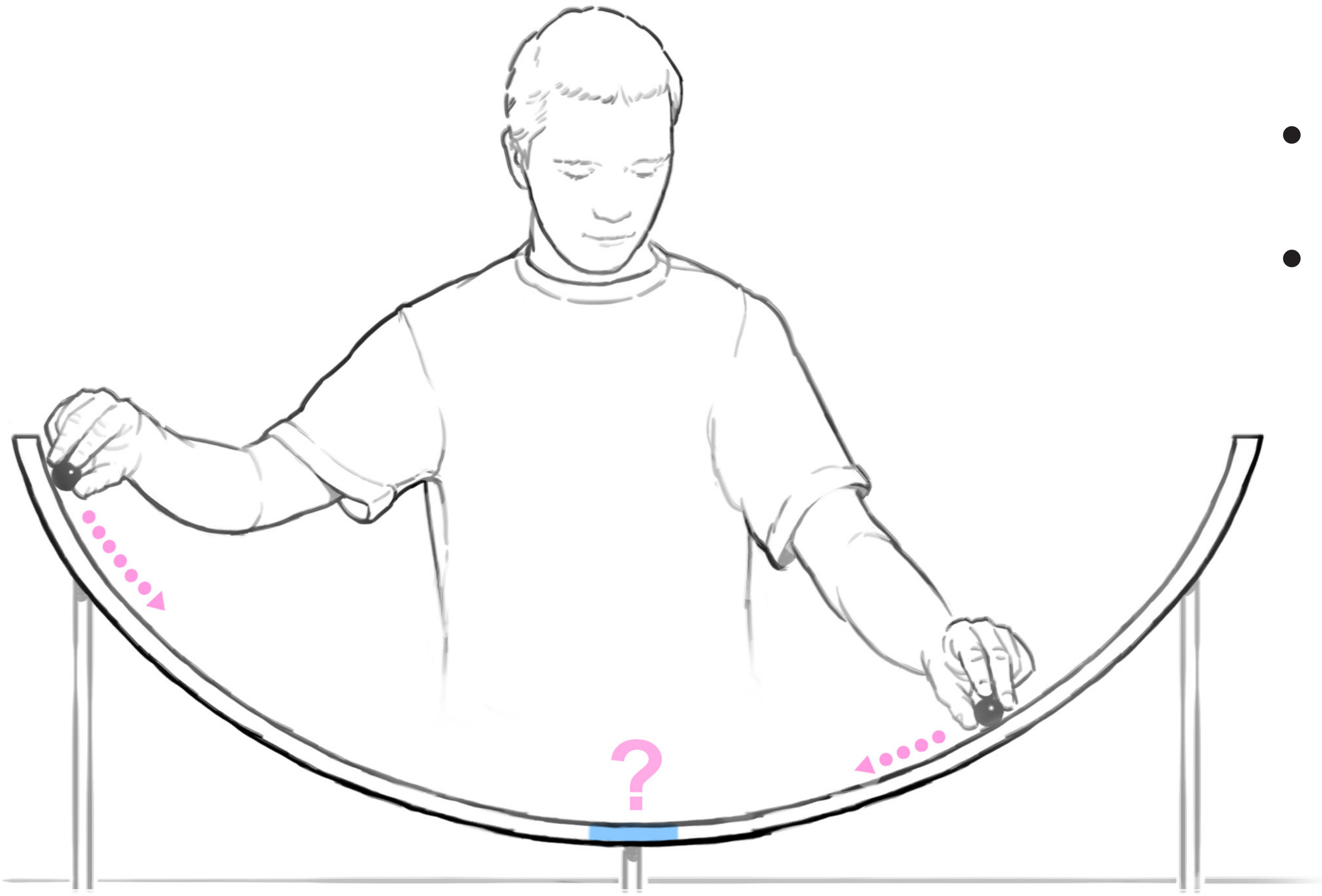
**Was tun und beachten:**

Idee und Konzept: Technorama
“Gleiche Laufzeit_DEFI.indd”; Nr. 10160

# Equal Times

## or the Tautochrone

**Another unusual property of a famous curve – the cycloid.**




**To do and notice:**

- *Hold one ball bearing somewhere on the left hand side of the track and the other ball somewhere on the right.*
- *Let them both go at the same instant (no pushing!).*
- *Where do they meet?*
- *Try again with very different starting points!*

**Want to know more?**

Idea and Concept: Technorama
"Gleiche Laufzeit_DEFI.indd"; Nr. 10160

# Equal Times

## or the Tautochrone

## Want to know more?

**It can be shown (with higher mathematics) that a point mass starting from rest anywhere along this curve will reach the bottom in exactly the same time. Hence the name “tautochrone” (from the Greek words “tautos” = the same, and “chronos” = time).**

This is another property of the cycloid curve, which is also the brachistochrone, the curve connecting two points at different heights along which a point mass travels in the shortest time (under the influence of a uniform gravitational field). The cycloid is the curve described by a point on the circumference of a wheel as it rolls along.a flat surface.

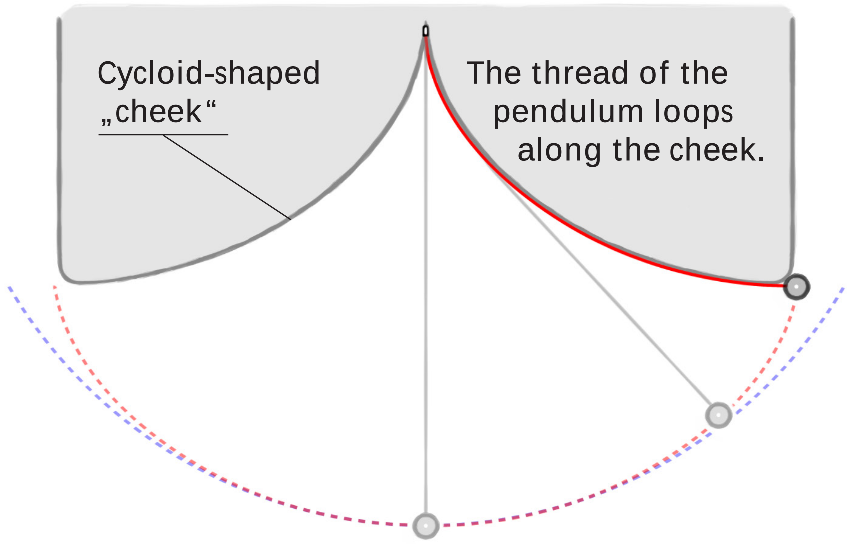
In this experiment, a small problem is that the ball starting from the higher point slides a bit more before it is properly rolling. The energy of rolling is another problem – it accounts for 18 percent of the ball’s total energy.

Christiaan Huygens proved that the tautochrone is a cycloid curve (published 1673), and showed it might (theoretically) be used to improve the accuracy of the pendulum clock (which he also invented).

A simple pendulum (a bob on the end of a thread) does not have a fixed period of swing – it depends on how wide the swing is. This variation is small and can, in fact, be ignored if the swing is small (less than 10 degrees).

If this simple pendulum swings between two cycloid-shaped cheeks, this makes the bob of the pendulum move in a cycloid rather than a circular path, and the period of swing is independent of the size of swing. However, the problems caused by this modification would outweigh any advantages it might bring!

Cycloidal Pendulum




The pendulum bob follows a cycloidal path (red) instead of a circle (blue).

Related Exhibits: „Kugelwettlauf“ (Ball Race) und „Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste“ (The shortest path is not always the quickest)

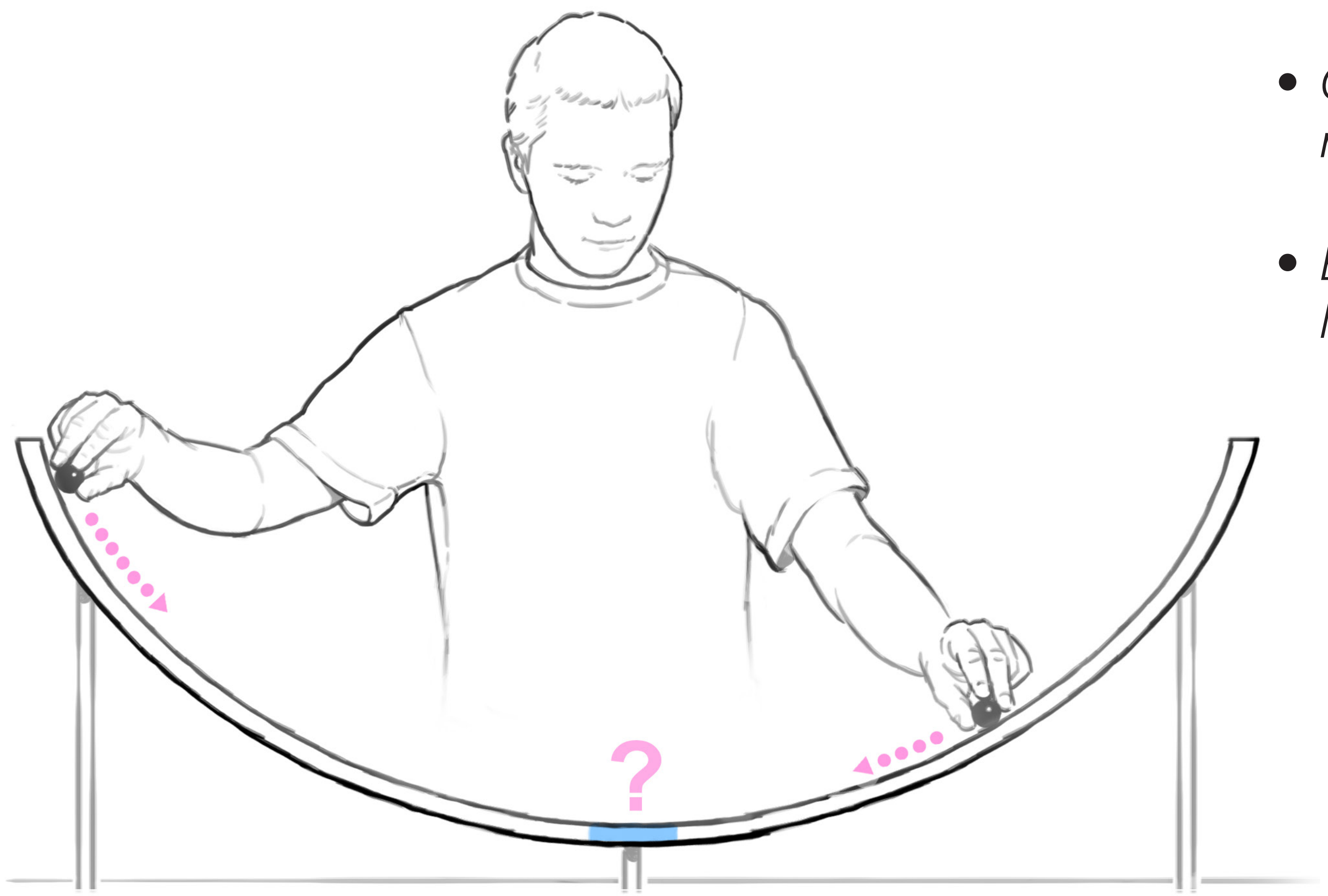
To do and notice:


Idea and Concept: Technorama
“Gleiche Laufzeit_DEFI.indd”; Nr. 10160

# Le même temps de parcours

## ou les Tautochrones

**Une autre propriété insolite d’une fameuse courbe – les cycloïdes.**




**A vous de jouer:**

- *Mettez l’une des boules en acier à un endroit à gauche sur la piste, et l’autre à droite.*
- *Lâchez les deux en même temps (mais sans les pousser).*
- *Où est-ce que les boules se rencontrent?*
- *Essayez la même chose en variant les distances des deux boules!*

**Pour en savoir plus:**

Idée et Conception: Technorama
“Gleiche Laufzeit_DEFI.indd”; Nr. 10160

# Le même temps de parcours

## ou les Tautochrones

### Pour en savoir plus

**Il est possible de démontrer – mais seulement à l'aide de maths plus sophistiquées- qu'un point qui glisse sans frottement sur cette courbe vers le bas (en partant d'une position immobile) met toujours le même temps pour arriver au point le plus bas. D'où le nom «tautochrone» (du grec: «tautos» = même et «chronos» = temps).**

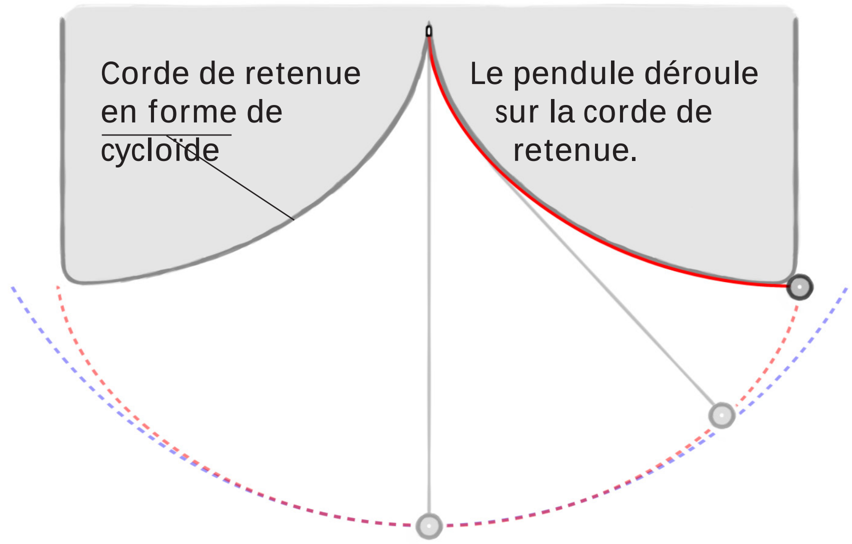
C'est une autre propriété des cycloïdes qui sont également des Brachistochrones (le chemin le plus rapide entre deux points sur une piste sur laquelle une masse glisse sans frottement vers le bas sous l'influence de la gravité). Un point sur la circonférence d'un cercle décrit cette courbe quand le cercle roule sur une droite.

Dans notre expérience il y a une petite erreur quand on lâche la boule d'une position plus haute parce que la boule glisse un peu avant de rouler. D'ailleurs le roulement de la boule a pour conséquence que le temps de la descente se rallonge par rapport à un glissement sans frottements. Cette différence de temps dépend du corps roulant. Pour des boules elle est de 18% environ. Christiaan Huygens a suggéré d'utiliser des cycloïdes pour la construction d'horloges à pendules (d'ailleurs 100 ans avant que les mathématiciens résolvent le problème des Brachisto-chrones!).

La masse d'un pendule décrit une courbe circulaire en balançant et la période d'oscillation dépend de l'amplitude de la déviation du pendule par rapport à la verticale. La période devient quasiment indépendante de l'amplitude lorsque cette dernière est très faible.

Mais on peut construire un pendule de sorte qu'il décrive une cycloïde comme dans notre expérience. La période d'un tel pendule «cycloïde» est toujours la même – même si l'amplitude de la déviation par rapport à la verticale est grande.

**Pendule cycloïde**




La masse balançant ne décrit donc pas une trajectoire circulaire mais suit une cycloïde (en rouge).

Manipulations voisines: „Kugelwettlauf" et „Le chemin le plus court n›est pas toujours le plus rapide"

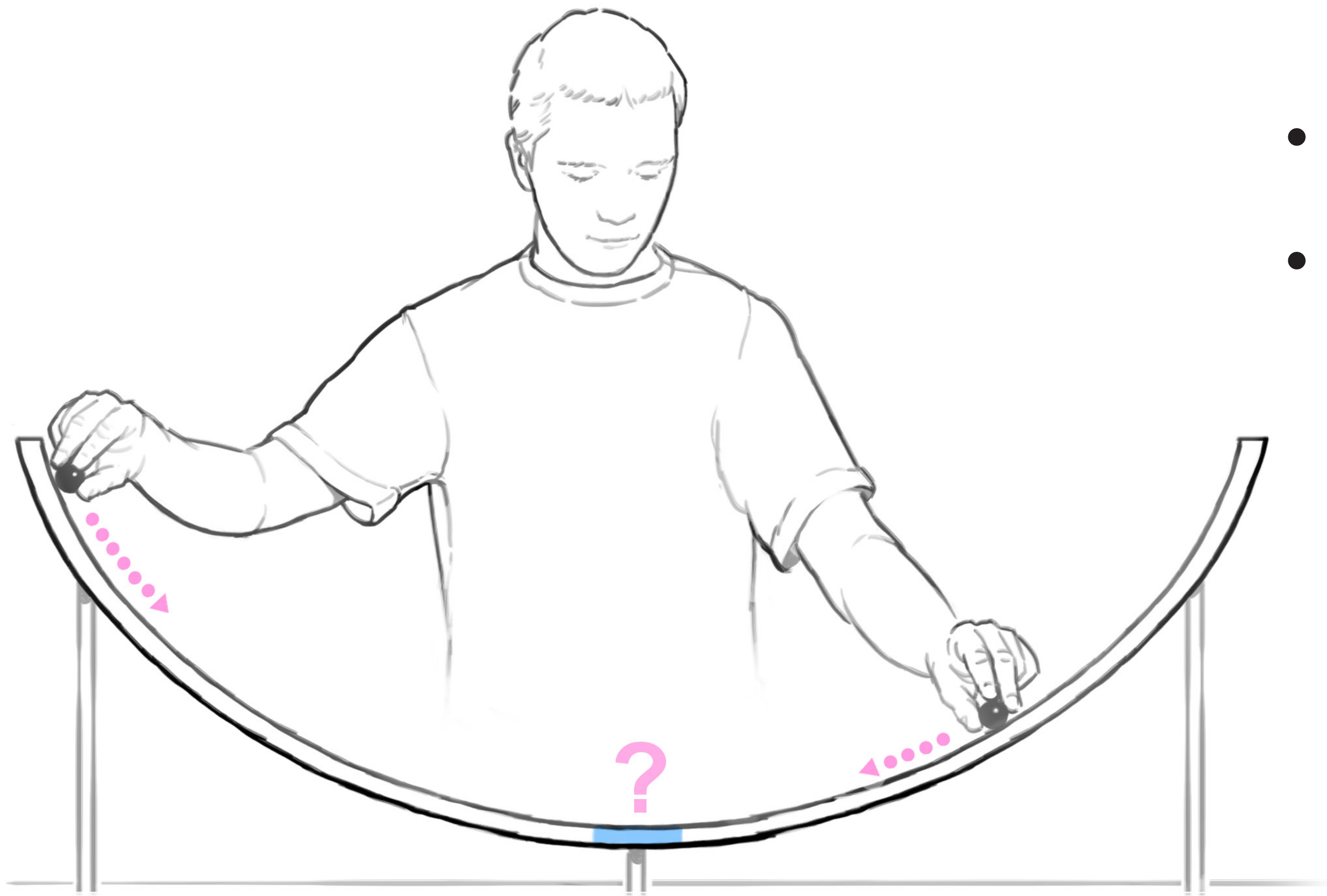
**A vous de jouer:**

Idée et Conception: Technorama
"Gleiche Laufzeit_DEFI.indd"; Nr. 10160

# Pari alla mèta

## ovvero la tautocrona

**Un'altra proprietà insolita di una curva famosa: la cicloide.**




### Che cosa fare:

- *Posate una delle biglie d'acciaio in un punto a piacere a sinistra sulla pista, l'altra sulla destra.*
- *Lasciatele andare entrambe simultaneamente senza accelerarle (senza „spintarelle").*
- *Dove si incontrano le biglie?*
- *Provate di nuovo, partendo da punti molto differenti!*

**Vuole saperne di più?**


Ideazione e progettazione: Technorama
"Gleiche Laufzeit_DEFI.indd"; Nr. 10160

# Pari alla mèta

## ovvero la tautocrona

## Vuole saperne di più?

**Si può dimostrare, naturalmente con l'ausilio della «matematica superiore», che un punto che (partendo dalla quiete) procede lungo questa curva scivolando verso il basso senza attrito fino al punto più basso impiega sempre lo stesso tempo. Di qui il nome «tautocrona» (dal nome greco «tautos» = uguale e «chronos» = tempo).**

Questa è una caratteristica della cicloide, che rappresenta appunto anche una brachistocrona (il collegamento più veloce di due punti lungo una traiettoria su cui scorre un punto massa soggetto alla forza di gravità e libero da attriti). Un punto sul perimetro di una circonferenza descrive appunto questa traiettoria quando la circonferenza rotola su un piano.

Nel nostro esperimento si introduce un piccolo errore di partenza perché la sfera scivola per un piccolo intervallo prima di cominciare a rotolare.

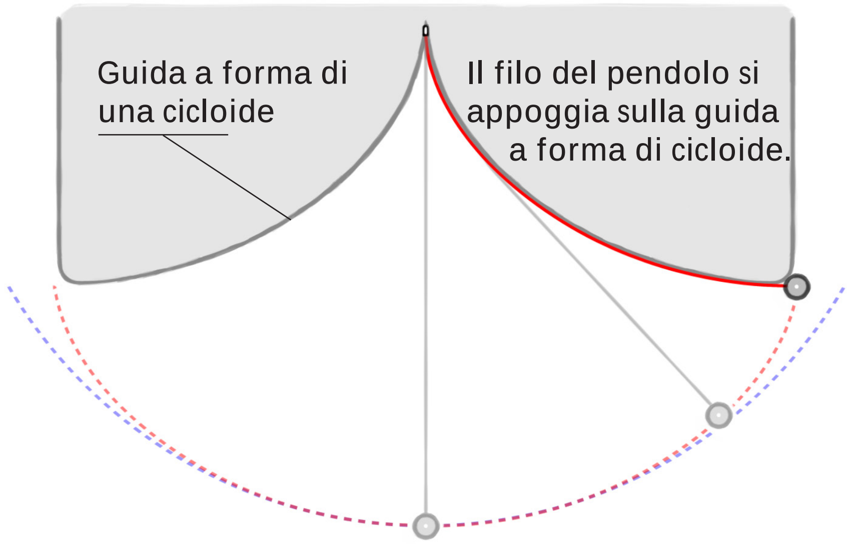
Il rotolamento della biglia fa sì anche che di fronte al suo rotolamento privo di attrito venga allungato per un tempo che dipende dal corpo rotolante. Nel caso delle sfere la differenza è di circa il 18%.

Christiaan Huygens propose la cicloide per la costruzione di orologi a pendolo molto esatti (circa 100 anni prima che i matematici risolvessero il problema della brachistocrona).

Nel caso di un pendolo a filo, il peso oscilla descrivendo un arco e il periodo dell'oscillazione dipende dall'ampiezza del pendolo. Questo fattore diventa trascurabile solo nel caso di oscillazioni molto piccole.

Si può costruire un pendolo a filo in modo che il peso oscillli descrivendo una cicloide come nel nostro esperimento. Nel caso di un simile „pendolo a cicloide", la durata del periodo è sempre costante anche in caso di oscillazioni molto ampie.

**Pendolo a cicloide**




La massa che oscilla non descrive un arco di cerchio (blu) bensì una cicloide (rosso).

Si osservino anche le installazioni «Gara di biglie» e «La via più veloce non è sempre la più breve»

Che cosa fare: